জ্যামিতি-প্রবেশ

ষষ্ঠ শ্রেণীর জন্য

এ. আই. এম. টি.

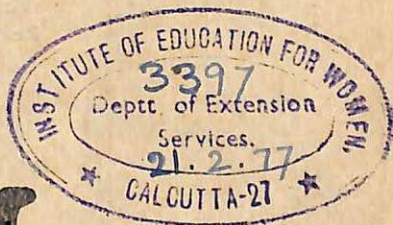
Approved as a textbook by the West Bengal Board of Secondary Education. Vide Notification No. T. B. 74/VI/M.G./95, dt. 11.12.75

জ্যামিতি-প্রবেশ

(ষষ্ঠ শ্রেণীর জন্য)

এ. আই. এম. টি., কলিকাতা

A. I. M. T. (Calcutta)

(Association for Improvement of Mathematics Teaching)

দি ম্যাকমিলান কোম্পানি অফ ইণ্ডিয়া লিমিটেড

294 বিপিন বিহারী গাঙ্গুলী স্ট্রীট, কলিকাতা-12

ভূমিকা

পাঠ্যক্রমের পরিবর্তনের সঙ্গে নতুন নতুন পাঠ্যপুস্তক রচিত লইয়া থাকে। নব কলেবর ধারণ ব্যতীত পুস্তকের অভিনবত্ব অনেকাংশে নতুন পাঠ্যসূচীর উপর নির্ভর করে। সনাতনী পাঠ্যসূচীর আওতার মধ্যে দৃষ্টিভঙ্গীর নতুনত্বের জন্যও পাঠ্যপুস্তক নতুন রূপ পরিগ্রহ করিতে পারে। আবার পাঠ্যক্রমে বিষয়বস্তুর বিন্যাস এমন হইতে পারে যাহাতে মোটামুটিভাবে উপরোক্ত দুই প্রকারের অভিনবত্ব আংশিকভাবে পুস্তকে প্রতিফলিত হইতে দেখা যায়। একথা অনস্বীকার্য যে এইরূপ ক্ষেত্রে পুস্তক প্রণয়ন একটি দুরূহ কর্ম। তথাপি এই সংস্থা তাহার আদর্শানুযায়ী এই কার্যে ব্রতী হইয়াছে। মধ্যশিক্ষা পর্ষৎ কর্তৃক প্রবর্তিত মাধ্যমিক পর্যায়ের নতুন পাঠ্যক্রমানুসারে এই সংস্থার অধীনে

ষষ্ঠ শ্রেণীর (১) গণিত-প্রকাশ, (২) জ্যামিতি-প্রবেশ

এবং নবম শ্রেণীর (৩) মাধ্যমিক গণিত, (৪) মাধ্যমিক জ্যামিতি রচিত হইয়াছে। নতুন পাঠ্যক্রমে পুরাতনের তুলনায় কতখানি আধুনিকীকরণ সম্ভব হইয়াছে তাহা আলোচনাসাপেক্ষ। এই সংস্থার মূল উদ্দেশ্য বর্তমান কাঠামোর চৌহদ্দির মধ্যে গণিত শিক্ষার উৎকর্ষ সাধন করা। আলোচ্য পুস্তকগুলি এই আদর্শকে সার্থক রূপ দান করিবার একটি প্রচেষ্টা। 'গণিত-প্রকাশ' ও 'মাধ্যমিক গণিত' তথাকথিত পুরাতন পাঠ্যসূচীর ভিত্তিতে রচিত হইলেও ইহাদের বৈশিষ্ট্য আধুনিকতার নিরিখে পাটীগণিত ও বীজগণিতকে যাচাই করা এবং ইহাদের শিক্ষা যে জীবনের সহিত ওতপ্রোতভাবে জড়িত তাহা প্রত্যয়গ্রাহ্য করিয়া তোলা। এই পুস্তকসমূহে সমাজসচেতন, জীবনকেন্দ্রিক বিবিধ উদাহরণ ও প্রশ্নের মাধ্যমে গণিতশাস্ত্রের অবতারণা করা হইয়াছে। 'জ্যামিতি-প্রবেশ' নতুন জ্যামিতির পাঠ্যসূচীর ভিত্তিতে স্বাভাবিকভাবেই নব আঙ্গিকে প্রণয়ন করা হইয়াছে। নতুন ভাবধারার নির্যাসটুকুও এই গ্রন্থে স্বজ্ঞাত (intuitive) সক্রিয়তার (activity) মাধ্যমে ফোটাইবার চেষ্টা করা হইয়াছে। আপাতদৃষ্টিতে নবম শ্রেণীর পাঠ্যসূচীতে কোন ভাবগত বৈশিষ্ট্য পরিলক্ষিত না হইলেও নবম শ্রেণীর 'মাধ্যমিক জ্যামিতি' পুস্তকে বিষয়বস্তুর মূল সুরটি সুপরিচিত ও চিরাচরিত বিষয়বস্তুর মারফত প্রস্ফুটিত করিয়া তোলার চেষ্টা করা হইয়াছে।

ভূমিকা

পশ্চিমবঙ্গে এই ধরনের প্রয়াস সম্পূর্ণ অভিনব। এতদিন একক বা যৌথভাবে পুস্তক প্রণয়ন করা হইয়াছে। সংস্থার বেশ কয়েকজন অভিজ্ঞ গণিতশাস্ত্রে পারঙ্গম, নতুন চিন্তাধারার সঙ্গে পরিচিত সর্বস্তরের শিক্ষকদের সম্মিলিত চিন্তা ও প্রয়াসের ফল এই পুস্তকগুলি। এই সংস্থার অনেক সদস্য প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে এই পুস্তকগুলি রচনায় অংশগ্রহণ করিয়াছেন। প্রত্যেক পুস্তক রচনার ভার বিভিন্ন লেখক-গোষ্ঠীর উপর ন্যস্ত ছিল। মূল ও প্রাথমিক রচনা এই বিভিন্ন গোষ্ঠী কর্তৃক বিশেষভাবে আলোচিত হয়। এইজাতীয় আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে মূল রচনাগুলির পরিবর্তন ও পরিবর্জন করা হইয়াছে।

পুস্তকগুলি রচনায় অংশগ্রহণ করিয়াছেন শ্রীসত্যেন্দ্রনাথ গিরি, শ্রীবিভাস গুহ, শ্রীসমীর বসু, শ্রীপরিতোষ বসু, শ্রীঅরূপ বন্দ্যোপাধ্যায়, শ্রীস্বপনকুমার চট্টোপাধ্যায়, শ্রীশ্যামলকুমার চট্টোপাধ্যায়, শ্রীবিমলেন্দু দাস, শ্রীসুচিত্রবিমল ঘোষ, শ্রীমতী ভারতী ব্যানার্জী, শ্রীমতী শ্যামলী মুখোপাধ্যায়, শ্রীমতী ঝর্ণা দত্ত, শ্রীমতী স্বপ্না দত্ত, শ্রীপ্রাণবল্লভ সাহা, শ্রীআনোয়ারুল হক, শ্রীমধুসূদন ভট্টাচার্য, শ্রীমতী বেলা ঘোষ ও শ্রীমতী অরুন্ধতী ব্যানার্জী। ইঁহাদের অক্লান্ত, নিরলস, নিরবচ্ছিন্ন ও সক্রিয় প্রচেষ্টার ফলেই এত অল্প সময়ে এই পুস্তকগুলি প্রকাশ করা সম্ভব হইয়াছে। এইজন্য ইঁহারা সকলেই বিশেষভাবে আমাদের সংস্থার ধন্যবাদার্হ।

সম্পাদকমণ্ডলীর সদস্যরূপে ডক্টর দিলীপকুমার সিন্‌হা (যাদবপুর বিশ্ববিদ্যালয়), ডক্টর বীরেশ্বর রায়চৌধুরী (বালীগঞ্জ গভর্নমেণ্ট স্কুল), ডক্টর অমিয়ভূষণ রায় (যাদবপুর বিশ্ববিদ্যালয়) ও শ্রীমতী উমা কুশারী (বিদ্যাভারতী, নিউ আলিপুর) অনেক অমূল্য সময় নষ্ট করিয়া আমাদের সংস্থাকে কৃতজ্ঞতাপাশে আবদ্ধ করিয়াছেন। আমাদের প্রকাশক ও তাঁহাদের কর্মীবৃন্দকে এই সুযোগে ধন্যবাদ জ্ঞাপন করিতেছি, কারণ এই কর্মযজ্ঞে তাঁহাদের অবদান অনেক।

পরিশেষে, আমাদের সংস্থা আশা করে, সমগ্র শিক্ষকসমাজ ও ছাত্রসমাজে এই পুস্তকগুলি সমাদৃত হইবে। পুস্তকের সমৃদ্ধি ও উৎকর্ষের জন্য কোন প্রকার উপদেশ বা বক্তব্য আমরা সাদরে গ্রহণ করিব। ইতি

25, ফার্ণ রোড, কলিকাতা-29
30 জানুয়ারী, 1974

সাধারণ সচিব
এ. আই. এম. টি.
A. I. M. T. (Calcutta)

SYLLABUS IN GEOMETRY

For Class VI

The aim of teaching Geometry at this stage is to make the pupils gradually familiar with geometrical properties informally through activity.

1. (i) Idea of solid and plane figures through models and common objects.

(ii) To illustrate undefined terms such as point, line, plane by common objects—relations between these terms (elucidated below) :—

(1) Through one point, we can draw as many lines as we please. (2) Through two points, we can draw one and only one straight line. (3) Three or more points may colline or not. (4) Two lines in a plane may intersect at a point or not. When they do not intersect, they are parallel. (5) Three or more lines may be concurrent or not. (6) A line may intersect a plane at a point or not. (7) If two points of a line lie on a plane, the line lies wholly on the plane. (8) Two planes may intersect in a line or not.

(iii) Construction of paper models of Rectangular Parallelopiped, Cube, Tetrahedron. Relations between their vertices, faces and edges.

(iv) Idea of segment, angle.

2. (i), Simple idea of reflection by paper folding—its properties (elucidated below) :—

(1) There is one (and only one) image for every point. (2) The image distance is equal to object distance. (3) If P_1 be image of P, then P is the image of P_1. (4) All points on one side of the line of reflection will have images on the other side. (5) The line of joining a point and its image is fixed but not all the points.

(6) All points on the line of reflection are fixed. (7) The image of a line is a line. (8) The image of a line segment is congruent to the line segment. (9) The image of an angle is congruent to the angle but the orientation is reversed. (10) The images of collinear points will also be collinear. (11) If a point C is between two points A & B, then C′, the image of C is between A′ & B′, the images of A & B.

(ii) Idea of symmetry in geometrical figures like isosceles triangle, rectangle, circle etc.

3. Use of geometrical instruments.

4. Angle measure by a Protractor.

5. Constructions :

(i) Circle, Arc of a circle with a given centre and given radius.

(ii) Bisect a line segment.

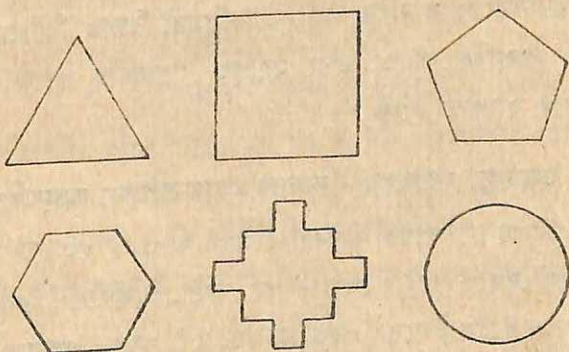
(iii) Bisect an angle.

(iv) Draw a perpendicular on a straight line (a) from a point outside it, (b) at a given point on it.

সূচীপত্র

প্রথম অধ্যায়

জ্যামিতির চিত্র সম্বন্ধে প্রাথমিক ধারণা

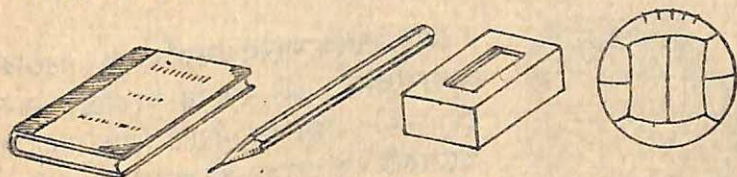
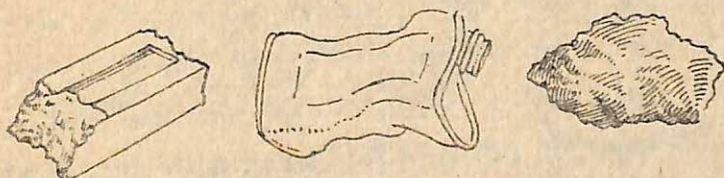
বিশাল গণিতশাস্ত্রের একটি শাখার নাম 'জ্যামিতি'। 'জ্যা' অর্থে পৃথিবী বা ভূমি বা জমি এবং 'মিতি' অর্থে পরিমাপ বুঝায়, সুতরাং 'জ্যামিতি' শব্দটির অর্থ দাঁড়ায় ভূমির পরিমাপ। প্রাচীন কালে যেদিন থেকে মানুষ জমি মাপতে শুরু করে, বলতে গেলে সেদিন থেকেই জ্যামিতির ব্যবহার শুরু। এই শাস্ত্রের উদ্ভব প্রথম ভারত ও মিশরে হয়। কিন্তু গ্রীস দেশে এর ব্যাপক চর্চার ফলে জ্যামিতি শাস্ত্র বর্তমান রূপ নেয়। প্রাচীন ভারতে যজ্ঞের অগ্নিকুণ্ড জ্বালাতে পবিত্র স্থান বেছে নেওয়া হত। এই পবিত্র স্থানসমূহ নিম্নে অঙ্কিত বিভিন্ন সুষম আকৃতির অনুরূপ ছিল।

চিত্র নং 1

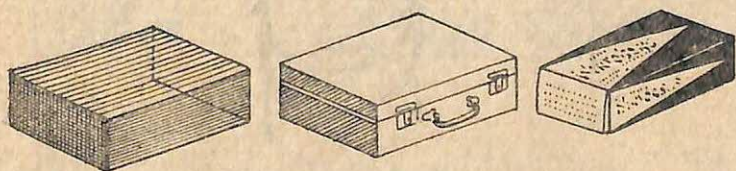
এই সব আকারের চিত্রসমূহ বিশেষ কতকগুলি নিয়ম মেনে তৈরী করা হত। এই নিয়মগুলি 'শুল্বসূত্র' নামে পরিচিত।

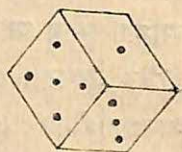
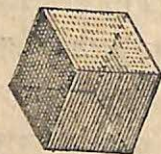
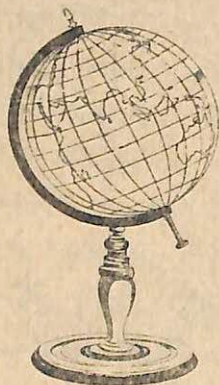
প্রাচীন মিশরে জমির সীমানা পরিমাপ থেকেই জ্যামিতি চর্চার উদ্ভব। চীনদেশেও জ্যামিতি চর্চা ভারতের মতই সুপ্রাচীন। ভারত, মিশর, চীন প্রভৃতি দেশে জ্যামিতির বিভিন্ন সূত্রের উদ্ভব হলেও, সূত্রগুলির পারম্পর্য বজায় রেখে সুসংহত রূপ দিতে অগ্রণী হয়েছিলেন গ্রীক পণ্ডিতেরা। এই প্রসঙ্গে নাম করতে হয় গ্রীক পণ্ডিত থেল্‌স্‌ (খৃঃ পূঃ ৬২৪-৫৪৭), পীথাগোরাস (খৃঃ পূঃ ৫৪৮-৪৯৫), প্লেটো (খৃঃ পূঃ ৪২৯-৩৪৮), ইউডক্সাস (খৃঃ পূঃ ৪০৮-৩৫৫)। এঁদের পরবর্তী কালে গ্রীক গণিতবিদ্‌ ইউক্লিডের (খৃঃ পূঃ ৩৩৪-২৮০ ?) নাম বিশেষ উল্লেখযোগ্য। ইউক্লিড প্রথম জ্যামিতি বিষয়ক কয়েকটি প্রামাণ্য গ্রন্থ রচনা করেন। তাঁর এই বক্তব্যগুলিই ইউক্লিডের জ্যামিতি নামে পৃথিবীর সব দেশে পরিচিত। ইউক্লিডের জ্যামিতি ছাড়াও অন্যান্য গণিতজ্ঞদের চর্চা ও নৈপুণ্যে বর্তমানে জ্যামিতি শাস্ত্রের ব্যাপক প্রসার ঘটেছে। জমির পরিমাপ থেকে জ্যামিতির উদ্ভব হলেও বাড়ীঘরের নক্সা তৈরী করতে, মানচিত্র অঙ্কনে, কারিগরী বিদ্যার বিভিন্ন শাখায়, বিজ্ঞানের নানাবিধ কাজে এবং মহাশূন্য গবেষণার কাজে জ্যামিতি ব্যাপকভাবে ব্যবহৃত হচ্ছে।

1. ঘনবস্তু, সমতল, বক্রতল, সামতলিক আকৃতি

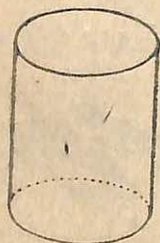
I. **ঘনবস্তু ঃ** আমরা চারপাশে নানা আকার, আকৃতি ও নানা গঠনের বস্তু দেখতে পাই। যেমন—ঘর, বাড়ী, গাছপালা, এক টুকরো কয়লা, ভাঙ্গা ইটের টুকরো, ছেঁড়া কাগজ, বই, খাতা, পেন্সিল, চেয়ার, টেবিল, বেঞ্চ, ক্রিকেট বল, ফুটবল, বেলুন, জল, ধোঁয়া ইত্যাদি। তোমরা লক্ষ্য কর, এইসব বিভিন্ন বস্তু কিছু না কিছু জায়গা জুড়ে আছে। এই সব বস্তুকে আমরা ঘনবস্তু বলি। ঘনবস্তুর মধ্যে আমরা কঠিন বস্তুর আকার সম্বন্ধে আলোচনা করব।

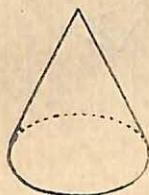
উল্লিখিত ঘনবস্তুগুলির মধ্যে কতকগুলির আকার সামঞ্জস্যপূর্ণ, যেমন—বই, খাতা, পেন্সিল, আস্ত ইট, ফুটবল। সামঞ্জস্যপূর্ণ আকারকে আমরা **সুষম আকার** বলি (চিত্র নং 2)। কিন্তু কয়লার টুকরো, ভাঙ্গা ইটের টুকরো, ছেঁড়া কাগজ, তোবড়ানো টিনের বাক্স প্রভৃতির আকার সামঞ্জস্যহীন। এই রকম সামঞ্জস্যহীন আকারকে **অসম আকার** বলি (চিত্র নং 3)।

চিত্র নং 2 (সুষম আকার)

চিত্র নং 3 (অসম আকার)

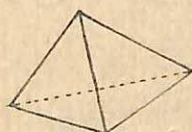
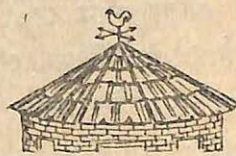
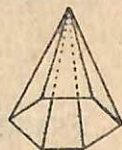
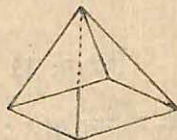
অনেকগুলি বিভিন্ন আকারের বস্তু দেখলে কোনটা কোন রকম দেখতে তা বলতে পারব। যেমন ঘর, আস্ত ইট, বই, বাক্স ইত্যাদির আকার এক ধরনের। এই আকৃতিকে **আয়তঘন** বলি। নীচে কতগুলি আয়তঘন আকারবিশিষ্ট বস্তুর চিত্র দেওয়া আছে দেখ (চিত্র নং 4)।

চিত্র নং 4

নীচের চিত্রগুলি দেখ, এই ধরনের আকারকে ঘনক বলি (চিত্র নং 5)।

চিত্র নং 5

গ্লোব, ফুটবল, মার্বেল ইত্যাদি একই ধরনের আকারবিশিষ্ট, এই ধরনের আকারের নাম গোলক। লক্ষ্য কর, নীচের চিত্রে দেখানো প্রত্যেকটি বস্তু গোলক আকার (চিত্র নং 6)।

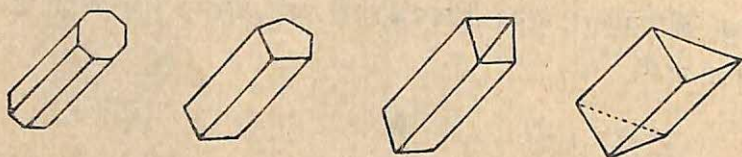
চিত্র নং 6

কোন কোন ঘনবস্তুর আকার-আকৃতি নল বা স্তম্ভের মত। যেমন জলের পাইপ, ড্রাম, পেন্সিল, বাড়ীর থাম ইত্যাদি। এই ধরনের আকৃতির নাম চোঙ বা বেলন। নীচের চিত্রে কতকগুলি চোঙ আকৃতি বস্তুর চিত্র দেওয়া আছে, দেখ (চিত্র নং 7)।

চিত্র নং 7

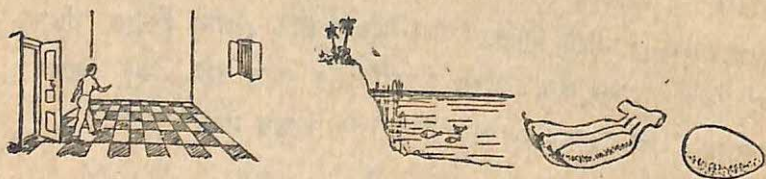
নীচের চিত্রে শঙ্কু লেখা আকৃতিটি দেখ। পেন্সিল কাটা হলে সামনের কাটা অংশটি ঐ শঙ্কু আকৃতির মত হয়। অনেক মন্দিরের চূড়া, গীর্জার চূড়া, বরের টোপর ইত্যাদি এই ধরনের আকৃতি বিশিষ্ট (চিত্র নং 8)।

চিত্র নং 8

তোমরা ছবিতে মিশরের পিরামিড দেখে থাকবে। অনেক মন্দির বা গীর্জার চূড়া, কাঁচফলক, পাথর ইত্যাদি এই ধরনের দেখতে হয়। নীচে বিভিন্ন পিরামিডের ছবি দেখান হয়েছে (চিত্র নং 9)। লক্ষ্য কর, প্রথম পিরামিডের আকৃতিটি একটু বিশেষ ধরনের। এই ধরনের আকৃতিবিশিষ্ট পিরামিডের নাম চতুস্তলক।

চিত্র নং 9

চিত্র নং 10-এ অঙ্কিত ঘনবস্তুর আকারের নাম প্রিজম্। বিভিন্ন

ধরনের কাঁচফলক, পাথর, কাঁচের বা প্লাস্টিকের বিভিন্ন খেলনা, ঘরের থাম এই ধরনের দেখতে হয়।

চিত্র নং 10

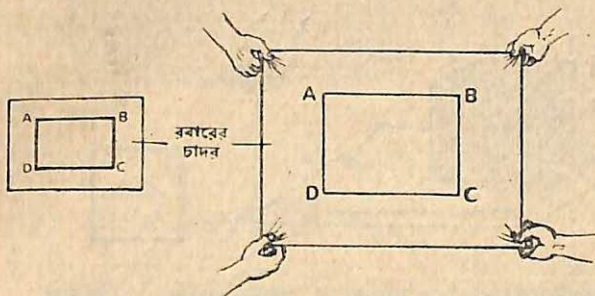
II. তল : সমতল ও বক্রতল

বস্তুর বাইরের আবরণকে তল বলি। যেমন—ঘরের মেঝে, দেওয়ালের পৃষ্ঠ, বইয়ের পৃষ্ঠা, পুকুর বা নদী বা সমুদ্রের জলের পৃষ্ঠভাগ, বিভিন্ন আকৃতির জমির ফালি, বলের বা ডিমের উপরিভাগ, ইত্যাদি তলের উদাহরণ (চিত্র নং 11)।

চিত্র নং 11

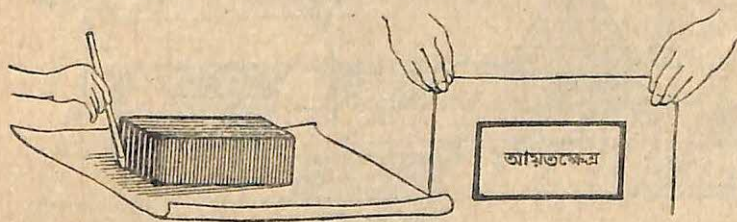
দু'ধরনের তলের কথা আমরা বলি : **সমতল ও বক্রতল**।

ঘরের মেঝে, দেওয়ালের পৃষ্ঠ, বইয়ের পৃষ্ঠা, পুকুরের স্থির জলের পৃষ্ঠভাগ ইত্যাদি সমতলের উদাহরণ। বলের বা ডিমের উপরিভাগ, কড়াইয়ের উপরিভাগ, মার্বেলের উপরিভাগ, ঢেউ-খেলানো টিনের দু'পিঠ ইত্যাদি বক্রতলের উদাহরণ।

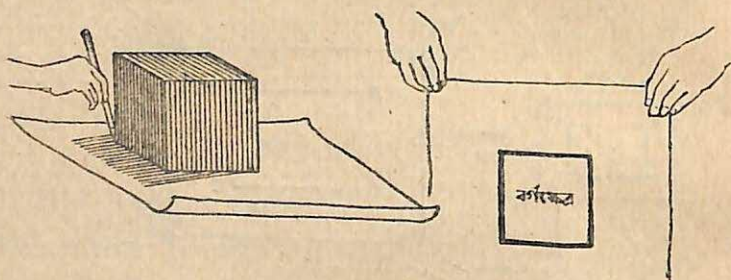
সমতলকে চতুর্দিকে বিস্তৃত করলে সমতলই পাওয়া যায় : এক খণ্ড রবারের চাদরকে সব দিক থেকে সমানভাবে টেনে চাদরের আকার

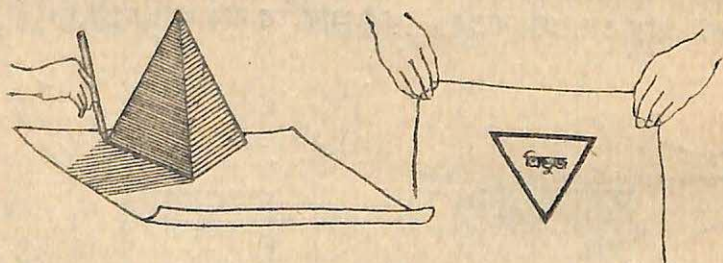
বাড়ালে লক্ষ্য করবে যে ঐ অবস্থাতেও চাদরটা একটি সমতলই সৃষ্টি করেছে। তেমনি ঘরের সমতল মেঝেকে আকারে বাড়ালে সমতল মেঝেই পাওয়া যাবে (চিত্র নং 12)।

চিত্র নং 12

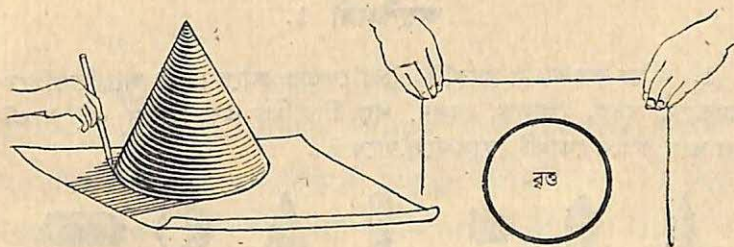
III. সামতলিক বিভিন্ন আকৃতি :

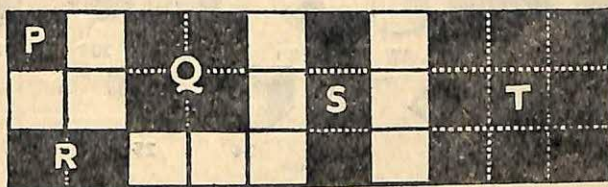
(i) কাগজের উপর কোন একটা আয়তঘন বসাও। এবার পেন্সিল দিয়ে কাগজের উপর আয়তঘনের ধার বরাবর (13 নং চিত্রে যেমন দেখান হয়েছে) ছবি আঁক, দেখবে কাগজের সমতলের উপর একটা আকৃতি পাওয়া যাচ্ছে। এই আকৃতির নাম আয়তক্ষেত্র।

চিত্র নং 13

(ii) ঘনক আকৃতির একটা কঠিন বস্তু কাগজের উপর বসাও। ঠিক আগের মত পেন্সিলের সাহায্যে কাগজের উপর

ঘনকের যে কোন একটা পিঠের ছবি আঁক (চিত্র নং 14)। কাগজের সমতলে যে আকৃতি পেলে তার নাম বর্গক্ষেত্র।

চিত্র নং 14

(iii) কোন একটা চতুস্তলক আকৃতির কঠিন বস্তুকে সাদা কাগজের উপর বসিয়ে আগের মত পেন্সিলের সাহায্যে আঁকার পর কাগজের সমতলে যে আকৃতি পাবে সেই আকৃতির নাম ত্রিভুজ (চিত্র নং 15)।

চিত্র নং 15

(iv) কাগজের উপর শঙ্কু বা চোঙ আকৃতির বস্তু খাড়াভাবে বসাও। ঠিক আগের মত পেন্সিলের সাহায্যে কাগজের ওপর ছবি আঁকলে যে আকৃতি পাওয়া যাবে সেই আকৃতির নাম বৃত্ত (চিত্র নং 16)।

চিত্র নং 16

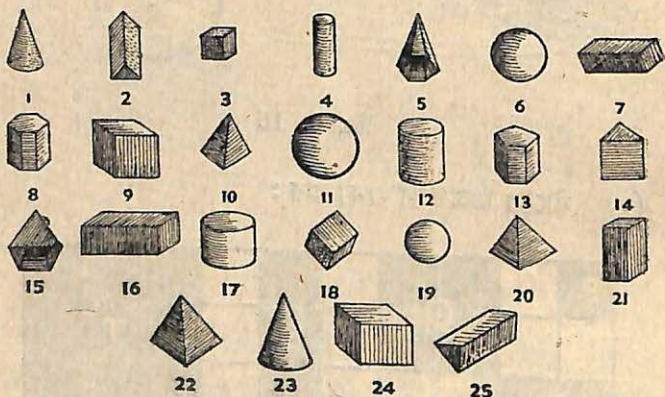
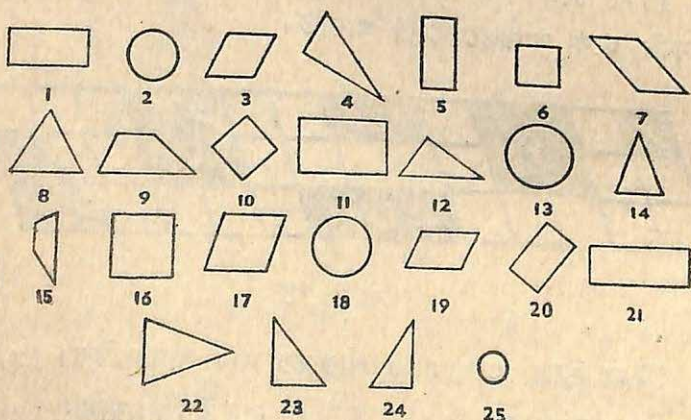
(v) নীচের চিত্রগুলি লক্ষ্য কর ঃ

চিত্র নং 17

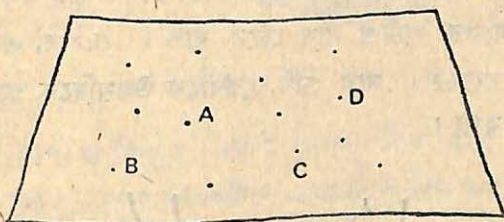
17 নং চিত্রে P, Q, T আকৃতি হলো **বর্গক্ষেত্রের** আকৃতি। R, S আকৃতি হলো **আয়তক্ষেত্রের** আকৃতি।

চিত্র নং 18

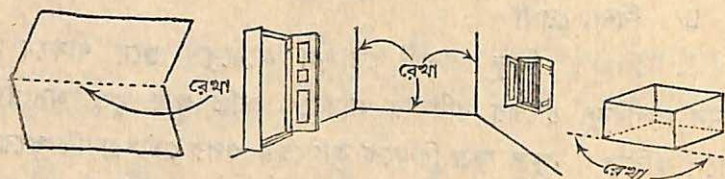
18 নং চিত্রে X, Y, Z, U আকৃতির নাম **সামান্তরিক**। X, Y আকৃতির নাম রম্বস। V, W আকৃতির নাম ট্রাপিজিয়াম।

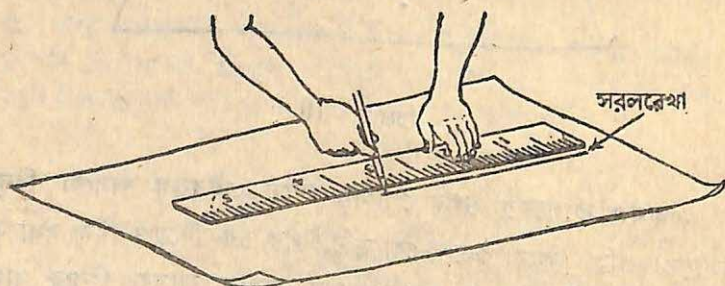
অনুশীলনী 1.

1. নীচে কতকগুলি আকৃতির চিত্র দেওয়া আছে। ঐ আকৃতিগুলিকে আয়তঘন, ঘনক, গোলক, বেলন, শঙ্কু, পিরামিড এবং প্রিজম্ এই সাতটি দলে ভাগ করলে কোনটি কোন দলে যাবে ?

2. নীচে কতকগুলি সামতলিক বিভিন্ন আকৃতির চিত্র দেওয়া আছে। ওদের যদি আয়তক্ষেত্র, ত্রিভুজ, সামান্তরিক, ট্রাপিজিয়াম, রম্বস এবং বৃত্ত এই ছয়টি দলে ভাগ করা হয় তবে কোনটি কোন দলে যাবে ?

2. বিন্দু, রেখা

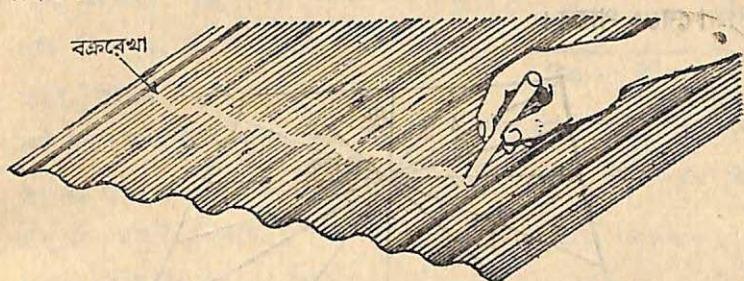
I. বিন্দু: বিন্দু শব্দটি তোমরা অনেকেই শুনে থাকবে ; যেমন জলবিন্দু, রাত্রের পরিষ্কার আকাশে অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অসংখ্য আলোকবিন্দু। ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বিন্দুকে কাগজের ওপর তোমরা কি করে আঁকবে? একটা কাগজের উপর পেন্সিলের সূচ্যগ্র সীস দিয়ে যত ছোট পার একটি ফুটকি বসাও। জ্যামিতিতে এই সূক্ষ্ম ফুটকিকে **বিন্দু** বলি (চিত্র নং 19)।

চিত্র নং 19

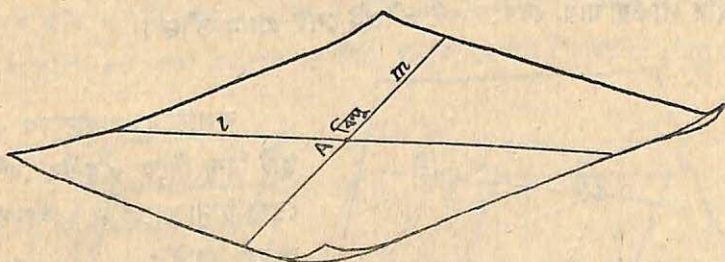
একখণ্ড কাগজের উপর পেন্সিল দিয়ে এইরকম অসংখ্য বিন্দু বসাতে পারি, কিংবা কালো বোর্ডের উপর চক দিয়েও বিন্দু বসাতে পারি। বিন্দুটির পাশে একটি অক্ষর বসিয়ে আমরা বিন্দুর নাম দিই। 19 নং চিত্রে দেখ অক্ষর A, B, C, D ইত্যাদি দ্বারা কতকগুলি বিন্দুকে চিহ্নিত করা হয়েছে।

II. **রেখা**: একটা কাগজ ভাঁজ কর ; যে দাগ পড়লো সেটিকে আমরা রেখা বলব। ঘরের দুটো দেওয়াল মিলে দেখ ঐ রকম একটা রেখার সৃষ্টি করে। তেমনি টেবিল কিংবা বাক্সের ধারও রেখার উদাহরণ (চিত্র নং 20)।

চিত্র নং 20

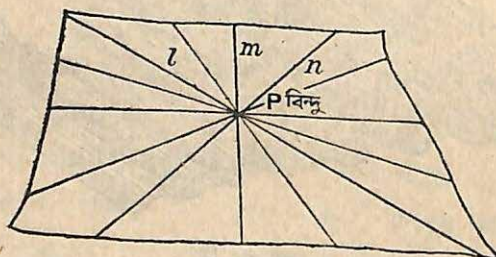
খাতার কাগজের উপর একটা 'রুলার' রাখো (রুলার সম্বন্ধে দ্বিতীয় অধ্যায়ে জানবে)। বাঁ হাত দিয়ে রুলারটি চেপে ধর (চিত্র নং 21)। রুলারের ধার ঘেঁসে সমানভাবে চাপ দিয়ে যত সূক্ষ্ম করে সম্ভব পেন্সিলের সূচ্যগ্র সীস টেনে যাও। দেখবে, একটি রেখার ছবি আঁকা হয়েছে। মনে রেখ, **রেখাকে উভয়দিকে যতদূর ইচ্ছে বর্ধিত করা যায়।**

চিত্র নং 21

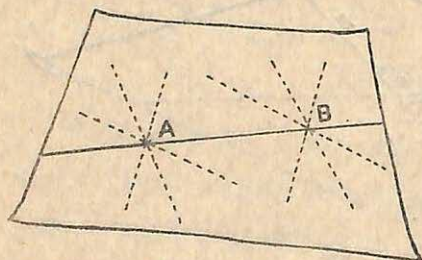
আমরা রেখাকে ইংরেজীর ছোট হাতের বর্ণমালা দিয়ে চিহ্নিত করব। উপরে যে রেখার কথা বলা হ'ল তার আর এক নাম সরল-রেখা। আমরা কিন্তু রেখা বলতে সাধারণভাবে সরলরেখা বুঝবো। সরলরেখা ছাড়াও আর এক ধরনের রেখা আছে। তার নাম বক্ররেখা।

বক্ররেখা :—ঢেউ-খেলানো টিন তোমরা অনেকেই দেখেছ। টিনের উপর চক দিয়ে দাগ টেনে যাও (চিত্র নং 22)। বুঝতেই পারছ যে এটা রেখা (সরলরেখা) নয়। এর নাম বক্ররেখা।

চিত্র নং 22

III. রেখা ও বিন্দু : একটি কাগজ ভাঁজ করে একটা সূক্ষ্ম রেখা তৈরী কর। এবার কাগজটিকে এমনভাবে ভাঁজ কর যেন দ্বিতীয় ভাঁজ বরাবর রেখাটি আগের রেখাটিকে ছেদ করে, এই দুটো রেখা l, m যেখানে ছেদ করল সেখানে একটা বিন্দু A উৎপন্ন হল (চিত্র নং 23)।

চিত্র নং 23

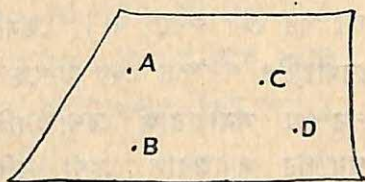
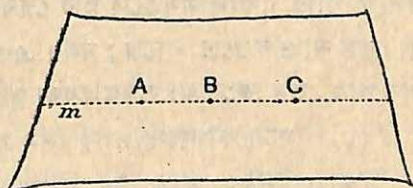
IV. বিন্দু, রেখা ও সমতলের মধ্যে সম্পর্ক : (i) কাগজের উপর পেন্সিল দিয়ে একটি P বিন্দু বসাও (চিত্র নং 24)। এইবার

কাগজটিকে বিভিন্নভাবে এমন করে ভাঁজ কর যাতে প্রত্যেকটি ভাঁজ ঐ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। তোমরা দেখবে উৎপন্ন রেখাগুলো সব P বিন্দুগামী। **একটি বিন্দুগামী ইচ্ছেমত বহুসংখ্যক রেখা টানা যেতে পারে।**

চিত্র নং 24

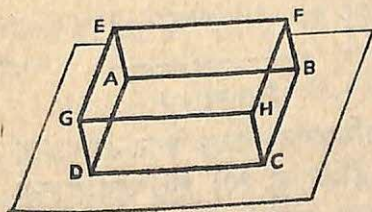
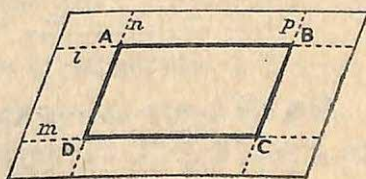
(ii) কাগজের উপর দুটি বিন্দু A এবং B বসাও (চিত্র নং 25)। এমনভাবে কাগজটিকে ভাঁজ কর যাতে ভাঁজ বরাবর রেখা A এবং B বিন্দুগামী হয়। এইবার লক্ষ্য কর, কাগজটিকে বিভিন্নভাবে ভাঁজ করে একই ভাঁজ বরাবর A এবং B বিন্দু দুটো পাওয়া যাচ্ছে না। যদি পাওয়া যায়, দেখবে এই ভাঁজই সেই প্রথম ভাঁজ।

চিত্র নং 25

রুলারের সাহায্যেও ঐ দুটি বিন্দু দিয়ে একটির বেশী রেখা টানা যাচ্ছে না। আমরা বলতে পারি :

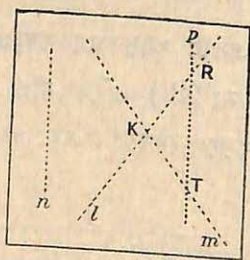
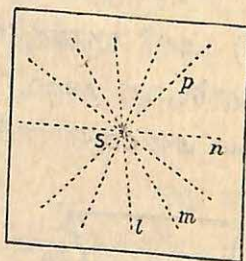
দুটি বিন্দু দিয়ে একটি এবং কেবল একটি রেখা টানা যায়।

(iii) কাগজের উপর তিন বা তিনের অধিক A, B, C, D,···· বিন্দু নাও। বিন্দুগুলির অবস্থান যদি চিত্র নং 26 অনুসারে হয় তবে কাগজ ভাঁজ করে কখনো এইগুলিকে একত্রে একই রেখা বরাবর পাওয়া সম্ভব হবে না। কিন্তু A, B, C, ····বিন্দুগুলির অবস্থান এমনও হতে পারে যে তারা সকলে একই রেখার উপর আছে (চিত্র নং 27)। তিন বা ততোধিক বিন্দু একই রেখার উপর অবস্থিত হলে বিন্দুগুলিকে **সমরেখ** বলি। আমরা দেখলাম: **তিন বা ততোধিক বিন্দু সমরেখ হতে পারে বা নাও হতে পারে।**

চিত্র নং 26

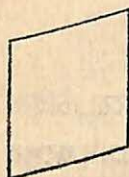
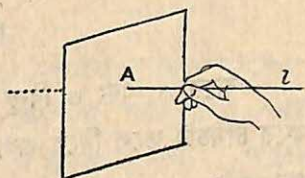
চিত্র নং 27

(iv) একটি কাগজের উপর একটা আয়তঘন বসাও। তার যেকোন একটা তল ABCD (চিত্র নং 28) এঁকে নাও। এখন কাগজটা AB এবং CD বরাবর ভাঁজ করলে দেখবে l এবং m রেখা দুটি

চিত্র নং 28

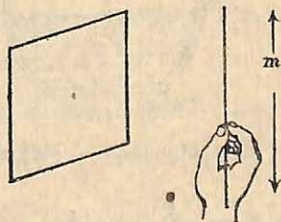
পরস্পর ছেদ করছে না। তেমনি AD এবং BC বরাবর n এবং p রেখাদুটিও পরস্পর ছেদ করছে না। এখানে l এবং m রেখাকে পরস্পর **সমান্তরাল** রেখা বলি। তেমনি n এবং p রেখাকে পরস্পর সমান্তরাল রেখা বলি। আমরা $l \parallel m$ দ্বারা বুঝব l এবং m পরস্পর সমান্তরাল। আবার দেখছি, একই সমতলে অবস্থিত সরলরেখাদ্বয় l ও n বা m ও n বা l ও p বা m ও p রেখাগুলি যথাক্রমে A, D, B, C বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করছে। তাহলে আমরা বলতে পারি, **কোন সমতলে দুটি রেখা পরস্পর ছেদ করতেও পারে বা ছেদ নাও করতে পারে ; যখন** একই সমতলে অবস্থিত **রেখা দুটি পরস্পর ছেদ করে না তখন রেখা দুটিকে সমান্তরাল রেখা বলি।**

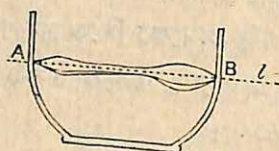
(v) সাদা কাগজের উপর তিন বা ততোধিক রেখা $l, m, n, p,$ . . . .নাও (চিত্র নং 29)। দেখ l, m, p রেখা তিনটি বিভিন্ন বিন্দুতে ছেদ করেছে। আবার n রেখা l এবং m রেখাকে ছেদ করতে পারলেও p রেখাকে ছেদ করত না।

চিত্র নং 29

চিত্র নং 30

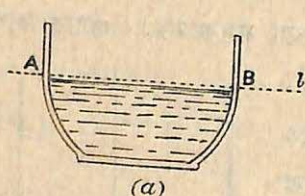
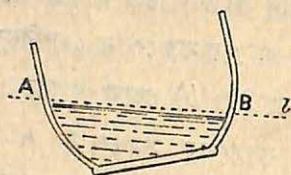
কিন্তু যদি $l, m, n, p, \cdots$রেখাগুলিকে কাগজের উপর এমনভাবে নাও যাতে তারা সবাই S বিন্দুগামী (চিত্র নং 30) হয়, তবে আমরা বলতে পারব যে তিন বা ততোধিক রেখা একই বিন্দুতে ছেদ করেছে। এই রেখাগুলিকে **সমবিন্দু** বলি। সুতরাং দেখা গেল : তিন বা ততোধিক রেখা সমবিন্দু নাও হতে পারে বা সমবিন্দু হতেও পারে।

(vi) একটা কাগজের পাতা নাও এবং একটা যত সরু সম্ভব কাঠি নাও। কাঠিটা যদি কাগজের দিকে ক্রমশঃ এগিয়ে নিয়ে আসা হয় তবে দেখ কাঠিটা কাগজের তলকে একটি বিন্দুতে ছিদ্র করেছে (চিত্র নং 31 (a) ও (b))।

(a) (b)

চিত্র নং 31 (a) চিত্র নং 31 (b)

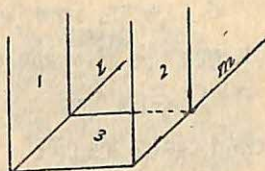
যদি কাঠিটা চিত্র নং 32 অনুসারে ধরে এগিয়ে নেওয়া হয় তবে দেখব আগের মত কোন ছেদবিন্দু পাওয়া সম্ভব নয়। এবার তাহলে চিত্র নং 31 (b) থেকে বলতে পারি l রেখা কাগজের সমতলকে A বিন্দুতে ছেদ করেছে, আর চিত্র নং 32 থেকে বলতে পারি m রেখা কাগজের সমতলকে ছেদ করেনি। সুতরাং জানা গেল : **কোন একটি রেখা কোন সমতলকে একটি বিন্দুতে ছেদ করতেও পারে বা ছেদ নাও করতে পারে।**

চিত্র নং 32

(vii) একটা কাঁচের স্বচ্ছ বাটির মধ্যে একটা চামচ রাখা হয়েছে (চিত্র নং 33)। দেখ, চামচের দুই প্রান্ত A এবং B বাটির বক্রতলের উপর আছে। এখন A ও Bকে বিন্দু মনে করা যেতে পারে এবং A ও B-গামী রেখা l ভাবতে পারি। দেখ, A ও B বিন্দুগামী l রেখা ঐ বক্রতলের উপর নেই।

চিত্র নং 33

এবারে A এবং B বিন্দু দুটি কোন রঙীন পেন্সিল দিয়ে চিহ্নিত করে চামচটা তুলে নিয়ে জল ঢাল। এমনভাবে জল ঢাল যেন জলের পৃষ্ঠতলটা A এবং B স্পর্শ করে (যদি স্পর্শ না করে তবে বাটিটিকে কাত করে ধরে ঠিকমত কর)। সুতরাং l রেখার A এবং

চিত্র নং 34

B বিন্দু দুটি জলপৃষ্ঠের তলের উপর আছে বলতে পারি (চিত্র নং 34)। AB বরাবর l রেখাও জলপৃষ্ঠের সমতলে আছে। যদি জলপৃষ্ঠের তলকে বর্ধিত করি তবে l রেখাও পুরোপুরিভাবে এই সমতলে থাকবে। আমরা বলতে পারি : **একটি রেখার দুটি বিন্দু যে সমতলে অবস্থিত, রেখাটিও সমগ্ররূপে সেই সমতলে অবস্থান করে।**

(viii) চিত্র নং 35 দেখ ; এতে একটি ঘরের বিপরীত দুটি দেওয়াল 1 এবং 2 আর মেঝে 3 দেখান হয়েছে। দেওয়াল 1 এবং 2কে যেদিকে খুশী বাড়ান যাক না কেন তারা কোন

সময়েই মিলিত হবে না। কিন্তু দেখ, দেওয়াল 1 ও মেঝে 3 l রেখা বরাবর এবং দেওয়াল 2 ও মেঝে 3 m রেখা বরাবর ছেদ করেছে। সুতরাং আমরা বলতে পারি :

চিত্র নং 35

দুটি সমতল একটি রেখায় ছেদ করতে পারে বা নাও পারে।

যদি দুটি সমতল কখনো পরস্পর ছেদ না করে তবে সমতল দুটিকে পরস্পর সমান্তরাল বলি। এখানে সমতল 1 এবং 2 পরস্পর সমান্তরাল।

অনুশীলনী 2.

1. সমরেখ নয় এমন তিনটি বিন্দু P, Q, R কাগজের উপর বসাও। ভাঁজের সাহায্যে P, Q বিন্দুগামী, Q, R বিন্দুগামী এবং R, P বিন্দুগামী রেখা তিনটি নির্ণয় কর।

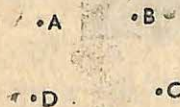
2. সমরেখ নয় এমন তিনটি বিন্দু A, B, C নাও। ওদের মধ্যে যে কোন দুটি বিন্দু সংযোগ করে মোট ক'টি বিভিন্ন রেখা টানা যায় তা এঁকে দেখাও।

3. একটা কাগজের উপর P বিন্দু নাও; P বিন্দুর মধ্য দিয়ে বিভিন্ন-ভাবে ভাজ করে কটি রেখা পাওয়া সম্ভব? এই সমস্ত রেখাগুলিকে কি বলি?

4. সাদা কাগজের উপর একটি রেখা টান, নাম দাও l; ঐ l রেখার উপর পেন্সিল দিয়ে A, B, C, D, E, পাঁচটি বিন্দু বসাও। এই বিন্দুগুলিকে কি বলি?

•A •B

•D •C

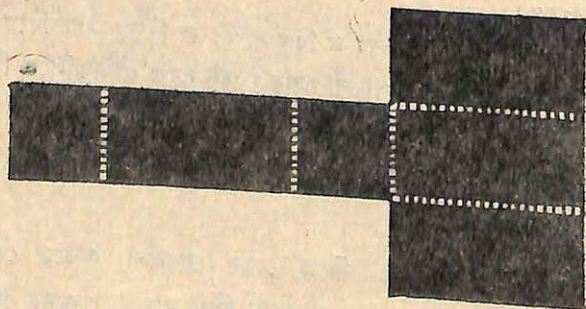
5. চিত্রে যেমন দেখানো হয়েছে তেমনভাবে A, B, C, D চারটি বিন্দু নাও। ওদের যোগ করে যতগুলি বিভিন্ন রেখা পাওয়া যায় তা আঁক।

6. তোমার চারপাশের পরিচিত দৃশ্যবস্তু থেকে সমতল, রেখা, বিন্দু—প্রত্যেকের তিনটি করে উদাহরণ দাও।

7. রুলার দিয়ে চারটি রেখা টান। এই রেখা চারটি এমনভাবে টানবে যেন (যেখানে সম্ভব) :

(i) সব রেখাগুলি 1টি বিন্দুতে ছেদ করে।
(ii) সব রেখাগুলি 2টি বিন্দুতে ছেদ করে।
(iii) সব রেখাগুলি 3টি বিন্দুতে ছেদ করে।

3. আয়তঘন, ঘনক ও চতুস্তলকের মডেল তৈরী

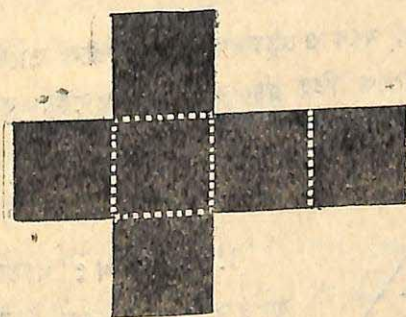
আয়তঘন, ঘনক ও চতুস্তলক সম্বন্ধে ধারণা তোমাদের আগে হয়েছে। কি করে এদের মডেল তৈরী করতে হয় আমরা এখন তাই আলোচনা করব।

1. **আয়তঘন :** শক্ত কাগজের উপর নীচের চিত্রের (চিত্র নং 36) মত চিত্র আঁক, ট্রেস করেও আঁকতে পার। কেটে চিত্রটি বের করে

চিত্র নং 36

নাও। এবার ফুটকি নির্দেশিত রেখা বরাবর কাগজটি ভাঁজ কর। চিত্র নং 37-এর মত সরু টুকরো কাগজে আঠা লাগিয়ে ধারগুলি এঁটে দাও।

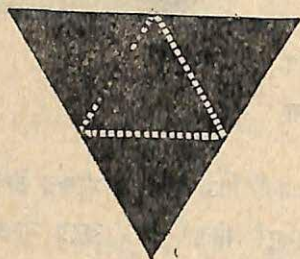
চিত্র নং 37

এবার নিজে অন্য কাগজে বিভিন্ন মাপের অন্ততঃ তিনটি আয়তঘনের মডেল তৈরী কর।

II. **ঘনক**ঃ চিত্র নং 38-এর মত একটি চিত্র শক্ত কাগজের উপর এঁকে নাও, ট্রেস করেও নিতে পার। কেটে চিত্রটি বের করে নাও। এবার ফুটকি নির্দেশিত রেখা বরাবর ভাঁজ কর। চিত্র নং 39-এর মত সরু কাগজে আঠা লাগিয়ে ধারগুলি এঁটে দাও। অন্য কাগজে বিভিন্ন মাপের অন্ততঃ তিনটে ঘনকের মডেল তৈরী কর।

চিত্র নং 38

চিত্র নং 39

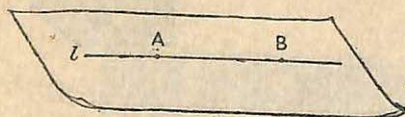
III **চতুস্তলক**ঃ চিত্র নং 40-এর মত চিত্র শক্ত কাগজের উপর এঁকে নাও, ট্রেস করেও নিতে পার। কেটে চিত্রটিকে বের করে নাও। ফুটকি নির্দেশিত রেখা বরাবর ভাঁজ কর। চিত্র নং 41-এর মত সরু কাগজে আঠা লাগিয়ে ধারগুলি এঁটে দাও।

নিজে অন্য কাগজে বিভিন্ন মাপের তিনটে চতুস্তলকের মডেল তৈরী কর।

চিত্র নং 40

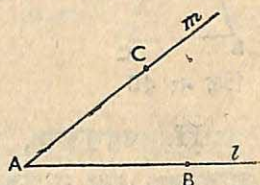
চিত্র নং 41

অনুশীলনী 3

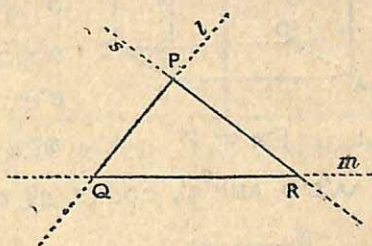
তুমি যে তিনটি করে আয়তঘন, ঘনক ও চতুস্তলক তৈরী করলে তাদের প্রত্যেকের প্রত্যেক পিঠ বা পাশকে ভিন্ন রঙ কর। প্রত্যেকের কটি করে পাশ এবং ধার হলো তা বল।

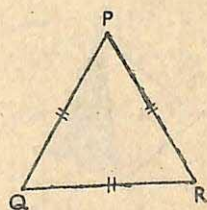
4. রেখাংশ, কোণ

চিত্র নং 42

1. **রেখাংশ ঃ** খাতার কাগজে একটি রেখা টান। নাম দাও l; এই রেখার উপর A এবং B দুইটি বিন্দু বসাও। A ও B বিন্দু দ্বারা সীমাবদ্ধ অংশকে রেখাংশ বলি। ঐ সীমাবদ্ধ অংশকে $\overline{AB}$ দ্বারা চিহ্নিত করি (চিত্র নং 42)। অর্থাৎ A এবং B বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ $\overline{AB}$ দ্বারা চিহ্নিত করি।

II. কোণঃ কাগজের উপর যে কোন একটা বিন্দু A নাও। A বিন্দু থেকে l এবং m দুটি রেখা নির্গত হয়ে যে জ্যামিতিক চিত্র উৎপন্ন করে তাকে কোণ বলি (চিত্র নং 43)। l রেখার উপর যে কোন বিন্দু B এবং m রেখার উপর যে কোন বিন্দু C নাও। এই কোণটিকে কোণ BAC বা কোণ CAB বলি, অথবা এইভাবে লিখি— $\angle$BAC বা $\angle$CAB ; '$\angle$' চিহ্ন দ্বারা কোণ কথাটি প্রকাশ করা হয়।

চিত্র নং 43

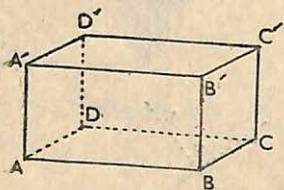
5. শীর্ষবিন্দু, বাহু, পার্শ্বতল

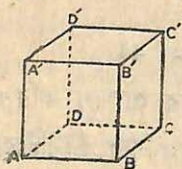
I. পাশের চিত্রটি দেখ (চিত্র নং 44)। P, Q, R এই তিনটি বিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থিত নয়। PQ, QR, RP তিনটি রেখাংশ। এই তিনটি রেখাংশ দ্বারা উৎপন্ন জ্যামিতিক

চিত্র নং 44

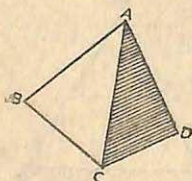
চিত্রকে ত্রিভুজ বলি। ত্রিভুজকে '$\triangle$' এই চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করি। যেমন $\triangle$PQR বলতে বুঝব ত্রিভুজ PQR। P,Q,R বিন্দু তিনটিকে $\triangle$PQR-এর **শীর্ষবিন্দু** বলি। PQ, QR, RP এই রেখাংশ তিনটিকে ত্রিভুজের **বাহু** বলি। চিত্র নং 45 দেখ। রুলারের সাহায্যে মাপলে দেখা যাবে $\triangle$PQR-এর বাহু তিনটির ($\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RP}$) দৈর্ঘ্য সমান। এই ধরনের ত্রিভুজকে **সমবাহু ত্রিভুজ** বলি।

চিত্র নং 45

চিত্র নং 46

চিত্র নং 46 দেখ। $\triangle ABC$-এর $\overline{AB}$ এবং $\overline{AC}$ বাহুর দৈর্ঘ্য সমান এবং $\overline{BC}$ বাহুর দৈর্ঘ্য অসমান, এই ধরনের ত্রিভুজকে **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ** বলি।

II. আয়তঘন, ঘনক এবং চতুস্তলকের শীর্ষবিন্দু, ধার বা প্রান্তরেখা এবং পার্শ্বতলের মধ্যে সম্পর্ক :

চিত্র নং 47

আয়তঘনের A, B, C, D, A′, B′, C′, D′ এই আটটি শীর্ষবিন্দু আছে। $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{DD'}$, $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{C'D'}$, $\overline{D'A'}$, এই বারটি প্রান্তরেখা আছে। ABCD, A′B′C′D′, BCC′B′, AA′D′D, ABB′A′, CDD′C′ এই ছয়টি পার্শ্বতল আছে (চিত্র নং 47)।

চিত্র নং 48

লক্ষ্য কর, ঘনকেরও আয়তঘনের মত 8টি শীর্ষবিন্দু, 6টি তল এবং 12টি ধার আছে (চিত্র নং 48)।

চিত্র নং 49

লক্ষ্য কর, চতুস্তলকটির, চারটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে A, B, C, D। এর ধারগুলো $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$ এবং $\overline{CD}$; এর মোট ছ'টি ধার। এই চতুস্তলকের ত্রিভুজ আকৃতি তল চারটি হল ABC, ACD, ABD ও BCD (চিত্র নং 49)।

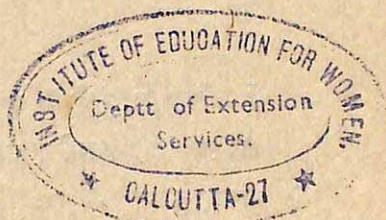
অনুশীলনী 4

1. বিভিন্ন আকার ও আকৃতির দুটি ত্রিভুজ আঁক।

2. খাতার পাতায় আয়তন, ঘনক এবং চতুস্তলক আঁক। ওদের প্রত্যেকের শীর্ষবিন্দুর বিভিন্ন নাম দাও।

3. নীচের ছকটি পূরণ কর :

ঘনবস্তু	শীর্ষবিন্দুর সংখ্যা (No)	প্রান্তরেখার সংখ্যা (N_1)	তলের সংখ্যা (N_2)	$No + N_2 - N_1 = ?$
চতুস্তলক				
আয়তঘন				
ঘনক				

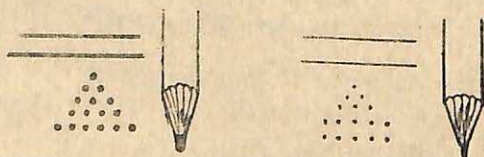
উপরের ছক থেকে No, N_1 এবং N_2 এই তিনের মধ্যে যে সম্বন্ধ লক্ষ্য করলে তা ভাষায় বিবৃত কর।

দ্বিতীয় অধ্যায়

জ্যামিতিক যন্ত্রপাতি

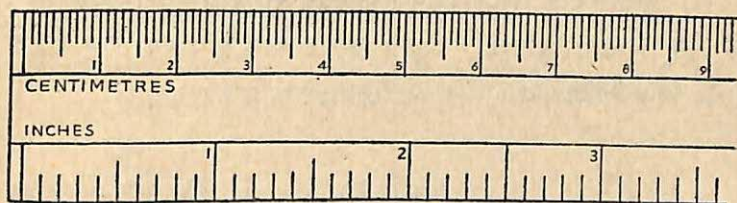
6. জ্যামিতিতে ব্যবহৃত যন্ত্রপাতি

আমরা বিভিন্ন জ্যামিতিক চিত্র অঙ্কন করতে নিম্নলিখিত যন্ত্রগুলো ব্যবহার করব।

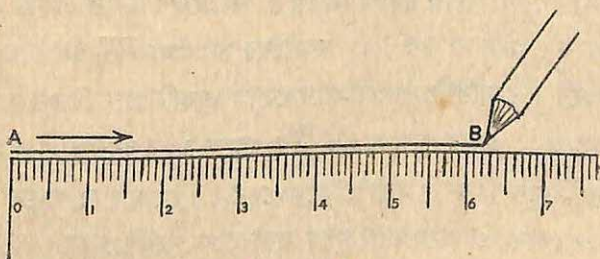
(i) রুলার বা স্কেল, (ii) কাঁটা-কম্পাস, (iii) চাঁদা বা কোণ মানযন্ত্র, (iv) ত্রিকোণী, (v) পেন্সিল-কম্পাস। যন্ত্রগুলির ব্যবহার সম্বন্ধে আলোচনা করার আগে আমাদের অবশ্যই মনে রাখতে হবে, জ্যামিতিক চিত্র আঁকতে আমরা সব সময় পেন্সিল ব্যবহার করব। পেন্সিলটির সীস যেন খুব শক্ত বা নরম না হয় এবং সীসের অগ্রভাগ যতটা সম্ভব সুচাল হয়। পেন্সিলটি ব্যবহারের সময় মৃদু অথচ সমানভাবে হাতের চাপ প্রয়োগ করতে হবে। কেননা জ্যামিতিক চিত্র আঁকতে বিন্দু, রেখা যতটা পারা যায় সূক্ষ্ম করা দরকার।

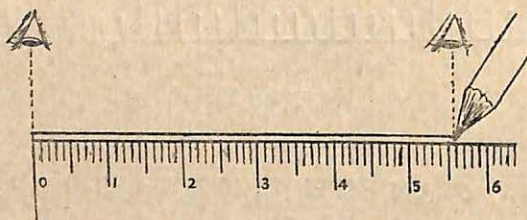
চিত্র নং 50 লক্ষ্য কর, কোনটি সূক্ষ্ম হয়েছে দেখ।

চিত্র নং 50

I. রুলার ও কাঁটা-কম্পাস ঃ

A. রুলার ঃ একটি রুলারের চিত্র দেওয়া আছে (চিত্র নং 51 দেখ)। ঐ রুলারের দুই দিকে ধার বরাবর 1, 2, 3, 4 ··· ইত্যাদি

চিত্র নং 51

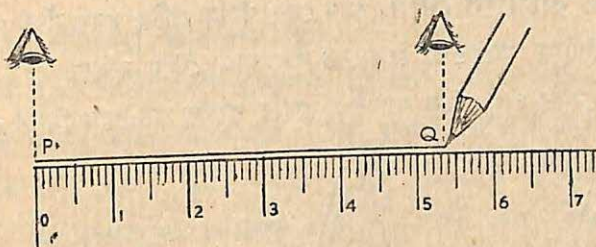
লেখা থাকে। যে ধার বরাবর অপেক্ষাকৃত কাছাকাছি সংখ্যাগুলো বসানো আছে সেদিকটাকে সেন্টিমিটার স্কেল বলি। শুরু থেকে 1, বা 1 থেকে 2, বা 2 থেকে 3 ইত্যাদি প্রত্যেক ঘরের দূরত্ব 1 সেন্টিমিটার। আবার প্রত্যেক সেন্টিমিটার 10 ভাগ করে মিলিমিটারে ভাগ করা আছে। (রুলারের অপর ধারের মাপ সম্বন্ধে বর্তমানে আলোচনার প্রয়োজন নেই।)

সাধারণতঃ নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে রুলারের ব্যবহার করি:— (i) দুটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ আঁকতে, (ii) নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের রেখাংশ আঁকতে, এবং (iii) রেখাংশের দৈর্ঘ্য মাপতে।

চিত্র নং 52

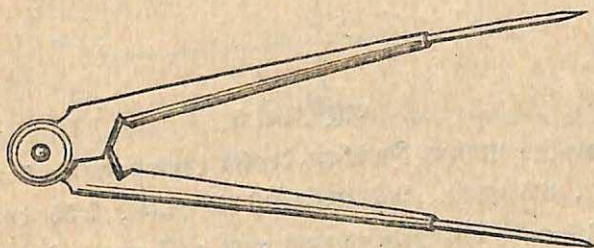
(i) **দুটি বিন্দু সংযোজনে রুলারের ব্যবহার ঃ** কাগজের উপর দুটি বিন্দু A ও B বসাও। এবার রুলার বসিয়ে প্রথম বিন্দু থেকে দ্বিতীয় বিন্দু পর্যন্ত দাগ টানলে AB রেখাংশ অঙ্কিত হবে।

চিত্র নং 53

(ii) **নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের রেখাংশ অঙ্কন ঃ**

ধর, 5 সেন্টিমিটার 6 মিলিমিটার দৈর্ঘ্যের একটি রেখাংশ আঁকতে হবে। কাগজের উপর রুলারটি বসিয়ে ঠিক সোজাসুজিভাবে দেখে নিয়ে (চিত্র নং 53) যেখানে শূন্য দাগ এবং 5 সে. মি. 6 মি. মি. দাগ আছে ঠিক সেইখানে রুলারের ধার ঘেঁষে দুটি বিন্দু বসিয়ে আগের মত বিন্দুদুটি সংযুক্ত করলে যে রেখাংশ পাবে সেইটির দৈর্ঘ্য 5 সে. মি. 6 মি. মি. বা 5·6 সে. মি. হবে।

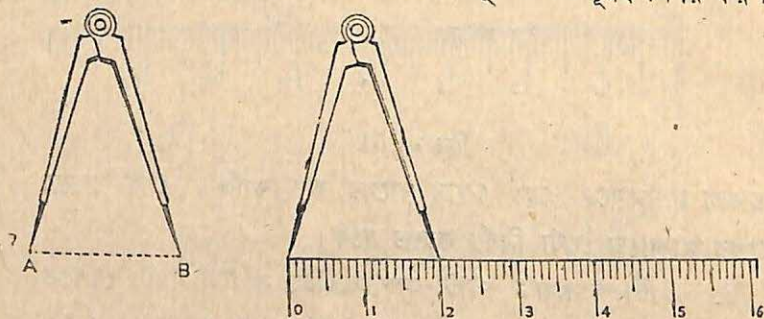
(iii) **রেখাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় ঃ** কাগজের উপর একটি রেখাংশ PQ আছে (চিত্র নং 54)। রুলারের সাহায্যে $\overline{PQ}$-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে হবে। রুলারটির শূন্যদাগ যে কোন একটি প্রান্তবিন্দুর সঙ্গে ঠিক ঘেঁষে বসাও। এবার শূন্য দাগটি ঠিক রেখে রুলারের কোন দাগ অপর প্রান্তের বিন্দুর ঠিক পাশে থাকছে দেখ। যে দাগের সাথে মিলবে, শূন্য দাগ থেকে ঐ দাগের যে দূরত্ব তাই হবে নির্ণেয় দৈর্ঘ্য। যদি কোন দাগের সঙ্গে না মেলে তখন দেখতে হবে দ্বিতীয় বিন্দুটি রুলারের

চিত্র নং 54

কত দাগ ছাড়িয়েছে এবং কোন্ দাগের কাছাকাছি। সেই ক্ষেত্রে চোখের আন্দাজে দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে হবে।

B. **কাঁটা-কম্পাস**ঃ কাঁটা-কম্পাস (চিত্র নং 55) যন্ত্রটা দেখতে অনেকটা চিমটার মত। এর দুটি সমান দৈর্ঘ্যের বাহু আছে। এদের শেষে সমান দৈর্ঘ্যের দুটি কাঁটা আছে। বাহু দুটি স্ক্রুর সাহায্যে এমনভাবে আঁটা যেন প্রয়োজন মত ওদের মধ্যবর্তী দূরত্ব কমান বা বাড়ান যায়।

চিত্র নং 55

প্রধানতঃ দুটি বিন্দুর দূরত্ব মাপতে বা রেখাংশের দৈর্ঘ্য মাপতে কাঁটা-কম্পাসের ব্যবহার করি।

কাঁটা-কম্পাসের যে কোন একটি কাঁটার অগ্রভাগ A বিন্দুতে বসিয়ে অপর কাঁটার অগ্রভাগ B বিন্দুর উপর বসাও (চিত্র নং 56)। এবার

সাবধানে কাঁটাটিকে তোল, দেখ যেন কাঁটা দুটির দূরত্ব ঠিক থাকে। একটি কাঁটার অগ্রভাগ রুলারের শূন্য দাগ ঘেঁষে বসিয়ে দেখ অপর কাঁটাটা কোন্ দাগ ঘেঁষে বসছে। এবার পূর্বের মত দূরত্ব নির্ণয় কর।

চিত্র নং 56

লক্ষ্য কর, এই পদ্ধতির সাহায্যে আমরা কোন একটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য সমান করে অন্য একটি রেখাংশ আঁকতে পারি বা কোন একটি বৃহত্তর দৈর্ঘ্যের রেখাংশ থেকে ক্ষুদ্রতর দৈর্ঘ্যের রেখাংশ কেটে নিতে পারি।

অনুশীলনী 5

1. রুলারের সাহায্যে নিম্নলিখিত দৈর্ঘ্যের রেখাংশ টান :—5 সে.মি., 6·3 সে.মি., 8·5 সে.মি., 9·4 সে.মি., 3·35 সে.মি., 7·55 সে. মি.।

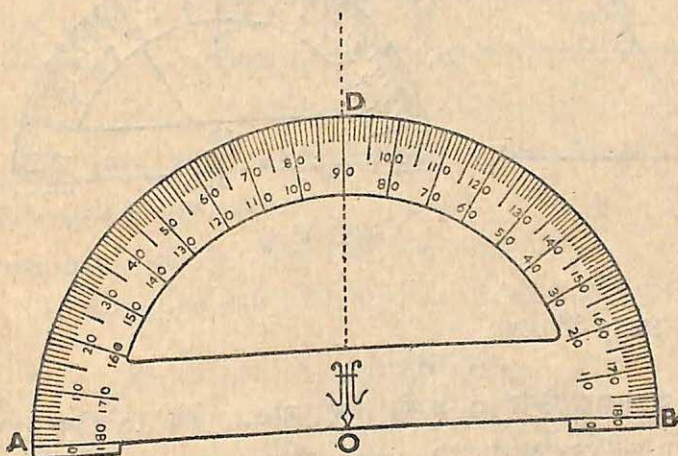
2. 3·5 সে.মি. দীর্ঘ রেখাংশের সমান অপর একটি রেখাংশ আঁক।

3. PQ রেখাংশের দৈর্ঘ্য 2 সে.মি., PQ রেখাংশ অঙ্কন করে এর তিন গুণ দৈর্ঘ্যের AB রেখাংশ আঁক।

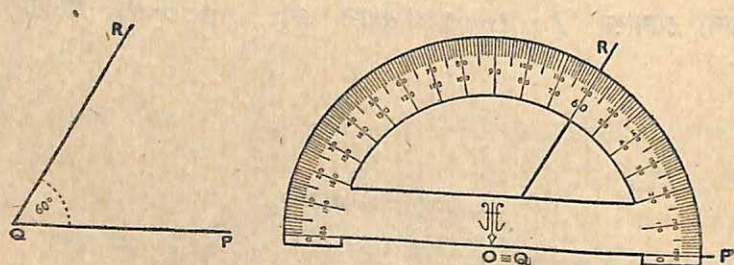
4. নিম্নলিখিত ব্যবধানে দুটি বিন্দু নাও এবং রুলারের সাহায্যে সংযোগ কর : 2·5 সে. মি., 8·8 সে. মি., 9·6 সে. মি., 4·7 সে. মি.।

5. একটি ত্রিভুজ আঁক। কাঁটা-কম্পাসের ও রুলারের সাহায্যে বাহুগুলির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

II. চাঁদা বা কোণ-মান যন্ত্র ঃ

এই যন্ত্রটি অর্ধবৃত্তাকার ধাতু বা প্লাস্টিক নির্মিত যন্ত্র। কোণ মাপতে এবং নির্দিষ্ট পরিমাণের সমান কোণ আঁকতে এই যন্ত্রটির ব্যবহার করা হয়। চিত্র নং 57 দেখ। AOBকে ভূমিরেখা বলা হয়। AB রেখাংশের মধ্যবিন্দু O থেকে নির্গত OD এমন একটি রেখা যেখানে ∠AOD-এর পরিমাপ এবং ∠BOD-এর পরিমাপ

চিত্র নং 57

সমান। ঐ এক একটি কোণের পরিমাপকে এক সমকোণ বলি। প্রত্যেকটি সমকোণ আবার সমান 90 ভাগে ভাগ করা আছে, এদের প্রত্যেক ভাগকে এক ডিগ্রী বলি (এক ডিগ্রীকে 1° এইভাবে প্রকাশ করা হয়, বা 23 ডিগ্রীকে 23° এইভাবে প্রকাশ করা হয়)। লক্ষ্য কর, A বিন্দু থেকে অর্ধবৃত্তের বক্ররেখা বরাবর B বিন্দু পর্যন্ত সমান 180টি ভাগ আছে। প্রতি 10 ভাগ অন্তর শূন্য থেকে

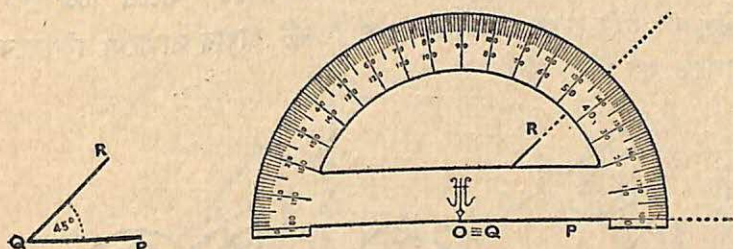
10, 20, 30, 40. . . .,180 সংখ্যাগুলো লেখা আছে। আরও লক্ষ্য কর, A থেকে B পর্যন্ত যেমন শূন্য থেকে 180 পর্যন্ত ভাগ আছে তেমন B থেকে A পর্যন্ত শূন্য থেকে 180 পর্যন্ত ভাগ আছে ; দু'ক্ষেত্রেই 90 ভাগের দাগ একই স্থলে পড়েছে।

চিত্র নং 58

চিত্র নং 58 দেখ।

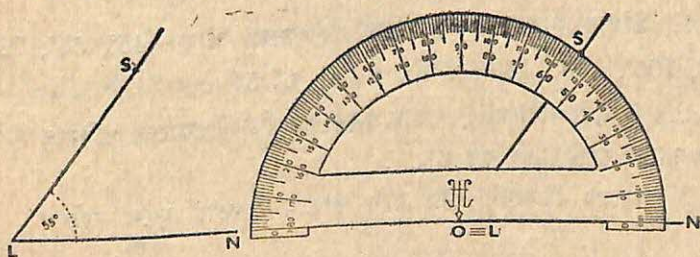
কাগজের উপর Q একটা বিন্দু নাও। এই Q বিন্দু থেকে নির্গত দুটি রেখার সাহায্যে ∠PQR আঁক। চাঁদার ভূমির মধ্যবিন্দু Oকে Q বিন্দুতে স্থাপন করে চাঁদার ভূমিরেখাকে QP বরাবর বসাও। এখন শূন্য-চিহ্নিত দাগ থেকে শুরু করে কোন দাগে রেখা QR মিলেছে দেখ। সেই দাগের পাঠই* হবে ∠PQR-এর পরিমাপ। এখন তাহলে দাগ দেখে বলতে পারি, ∠PQR = 60°।

*পাঠ—reading.

কোন দাগে কোণের দ্বিতীয় রেখাটি না মিললে চোখের আন্দাজে পরিমাণ নির্ণয় করতে হয়। যদি কোণের রেখাংশ দুটির দৈর্ঘ্য প্রয়োজন-মত বড় না হয় তবে প্রয়োজনমত বাড়িয়ে নিতে হবে (চিত্র নং 59)।

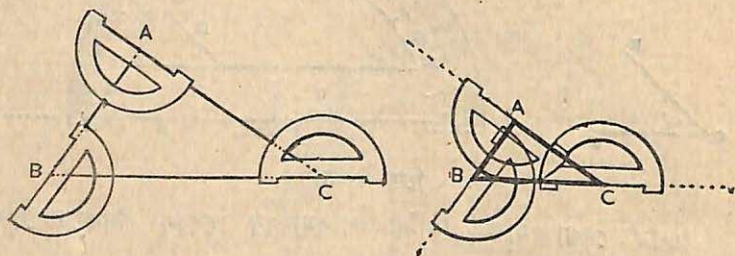
চিত্র নং 59

এখন দেখা যাক, নির্দিষ্ট পরিমাণের কোণ আঁকতে চাঁদা কিভাবে ব্যবহার করতে হয়।

ধর, এমন একটি কোণ আঁকতে হবে যার পরিমাণ 55°।

LN একটি রেখাংশ আঁক (চিত্র নং 60)। চাঁদার ভূমি রেখাংশের

চিত্র নং 60

মধ্যবিন্দু O-কে L বিন্দুর উপর স্থাপন করে LN রেখা বরাবর ভূমি রেখাংশকে স্থাপন কর। এখন ডান দিকের শূন্য দাগ থেকে শুরু করে 55 দাগে S বিন্দু বসাও। চাঁদা সরিয়ে নিয়ে LS সংযোগ করে বর্ধিত কর। $\angle NLS = 55^\circ$ হল।

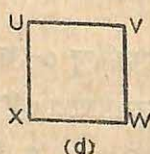
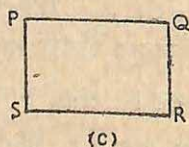
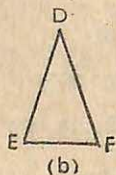
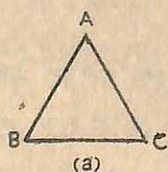
যদি প্রদত্ত কোণের পরিমাপ 55·5° বা 65·75° হয় তবে চোখের আন্দাজে দাগ নির্বাচন করে নিয়ে বিন্দু বসিয়ে কোণ আঁকবে।

চাঁদার সাহায্যে ত্রিভুজের কোণ পরিমাপঃ নীচের চিত্র দুটি (চিত্র নং 61) দেখে ত্রিভুজের কোণ তিনটি চাঁদার সাহায্যে কিভাবে মাপতে হয় শিখে নাও।

চিত্র নং 61

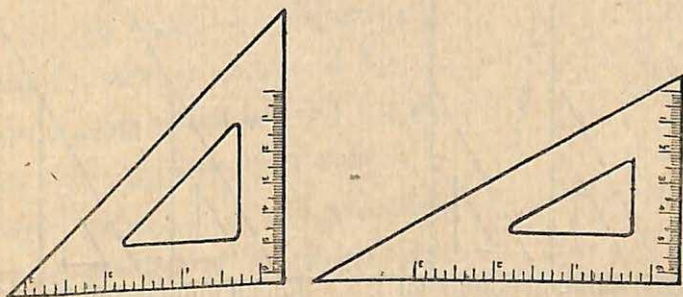
অনুশীলনী 6

1. চাঁদার সাহায্যে নিম্নলিখিত কোণগুলো আঁক ; 45°, 55°, 72°, 81°, 105°, 135°, 169°, 169°, 50·5°, 67·5°

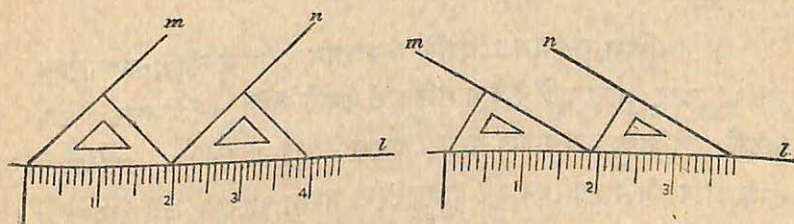
2. চাঁদার সাহায্যে যে কোন ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাণ নির্ণয় করে তাদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

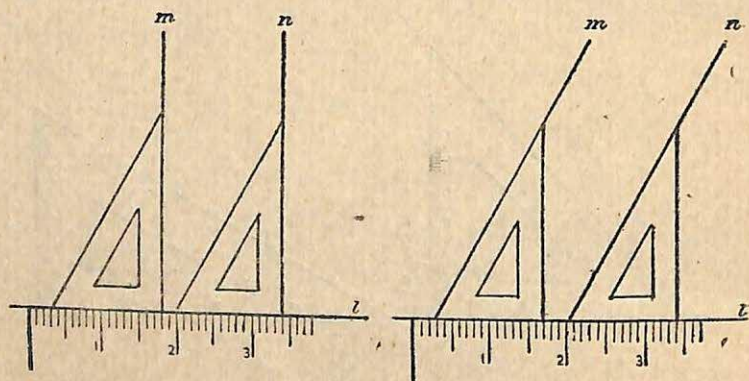
3. নিম্নের চিত্রগুলি ট্রেস করে খাতার পাতায় তুলে নাও।

এই চিত্রগুলির ভিতরকার কোণগুলির পরিমাণ নির্ণয় করে নাম সহ লেখ।

III. ত্রিকোণী, পেন্সিল-কম্পাস :

A. **ত্রিকোণী :** নীচের চিত্রে (চিত্র নং 62) দুইটি ত্রিকোণী যন্ত্র দেখানো হয়েছে।

চিত্র নং 62

লক্ষ্য কর, ত্রিকোণী দুটির একটি করে কোণ সমকোণ বা 90°; একটি ত্রিকোণীর দুটি ধারের দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান এবং অপরা ত্রিকোণীর তিনটি ধার অসমান।

কয়েকটি সমান্তরাল রেখা অঙ্কনে ও সমকোণ অঙ্কনে ত্রিকোণী

চিত্র নং 63 (*a*)

ব্যবহার করা হয়। কাগজের উপর একটি রেখা বরাবর রুলার স্থাপন কর। এবার যে কোন একটি ত্রিকোণীর একধার রুলারের একধার ঘেঁষে বসিয়ে প্রয়োজনমত ত্রিকোণীর অপর যে কোন

চিত্র নং 63 (*b*)

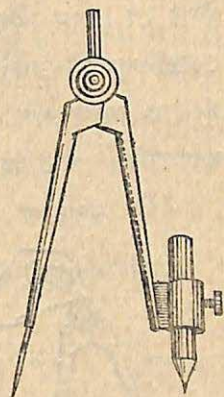
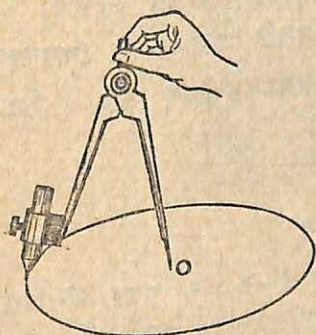
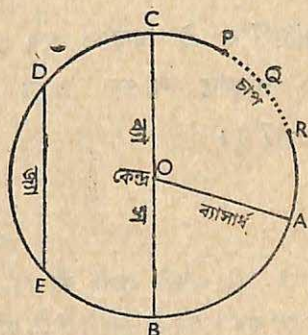
একটি ধার বরাবর রেখা টান (চিত্র নং 63 (a), (b))। ত্রিকোণীটি ঐ ভাবে রেখে রুলারের ধার বরাবর প্রয়োজনমত সরিয়ে নিয়ে পূর্বের ধার বরাবর রেখা টান। লক্ষ্য কর, এই দুটি রেখা পরস্পর সমান্তরাল হবে। এইভাবে ইচ্ছেমত সমান্তরাল রেখা টানতে পার।

B. **পেন্সিল-কম্পাস ঃ** পেন্সিল-কম্পাস দেখতে কাঁটা-কম্পাসের মত। তবে এতে দুটি কাঁটার পরিবর্তে একটি কাঁটা এবং অপর দিকে একটি পেন্সিল আটকাবার ব্যবস্থা থাকে (চিত্র নং 64)। পেন্সিলটি এমনভাবে আঁটা হয় যেন দুই বাহুর দৈর্ঘ্য সমান থাকে। এই বাহুদুইটি এমনভাবে স্ক্রু-এর সাহায্যে আটকানো থাকে যাতে প্রয়োজনমত ওদের

মধ্যবর্তী দূরত্ব বাড়ান বা কমান যায়।

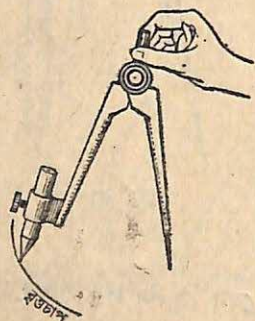
নিম্নলিখিত অঙ্কনে সাধারণতঃ পেন্সিল-কম্পাস ব্যবহার করা হয়।

(i) বৃত্ত অঙ্কনে, (ii) বৃত্তচাপ অঙ্কনে।

I. বৃত্ত অঙ্কনে পেন্সিল-কম্পাসের ব্যবহার : কাগজের উপর একটি বিন্দু O বসাও। এবার পেন্সিল-কম্পাসের বাহু দুটি একটু ফাঁক করে নিয়ে কাঁটার অগ্রভাগ O বিন্দুতে স্থাপন কর। ডান হাত দিয়ে সাবধানে কাঁটাটিকে ঐ বিন্দুতে ধরে রেখে পেন্সিলটি ঘুরিয়ে দাও (চিত্র নং 65) যেন পেন্সিলের সাহায্যে কাগজের উপর সমানভাবে দাগ পড়ে। পেন্সিলটি যে বিন্দু থেকে

চিত্র নং 64

চিত্র নং 65

চিত্র নং 66

ঘুরতে সুরু করেছিল সেই বিন্দুতে ঘুরে ফিরে এলে লক্ষ্য কর একটি জ্যামিতিক চিত্র পাওয়া গেল। এই চিত্রকে আমরা বৃত্ত বলি। O বিন্দুটিকে আমরা বৃত্তের কেন্দ্র বলি। আর ঐ বক্র রেখাটিকে আমরা পরিধি বলি। লক্ষ্য কর, কেন্দ্র O থেকে পরিধির

উপর যে কোন বিন্দুর দূরত্ব সমান। এই দূরত্বকে **ব্যাসার্ধ** বলি। কেন্দ্রবিন্দুগামী রেখাংশ পরিধির যে বিন্দু দুটিকে ছেদ করছে তাদের দূরত্বকে **ব্যাস** বলি। পরিধির উপর দুটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে **জ্যা** বলি। পরিধির একাংশকে **চাপ** বলি।

II. বৃত্তচাপ অঙ্কনে পেন্সিল-কম্পাসের ব্যবহার : মনে কর, 3 সে. মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তচাপ আঁকতে হবে। পেন্সিল-কম্পাসটির কাঁটার সূচ্যগ্র রুলারের শূন্য দাগে এবং পেন্সিলের অগ্রভাগ 3 সে. মি. দাগে বসিয়ে নির্দিষ্ট পরিমাণ মত ব্যাসার্ধ নাও। এবার সাদা কাগজের উপর কাঁটার অগ্রভাগ বসিয়ে সাবধানে ডান হাতে কাঁটাটিকে ঐ বিন্দুতে ধরে রেখে পেন্সিলটি প্রয়োজনমত ঘোরালে যে আকৃতি পাওয়া যাবে সেটাই নির্ণেয় বৃত্তচাপ হবে (চিত্র নং 67)।

চিত্র নং 67

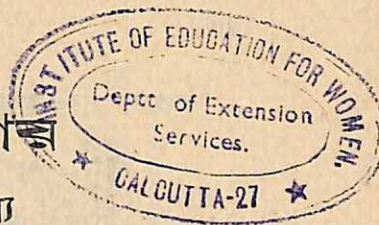
অনুশীলনী 7

1. l একটি রেখা আঁক। তার উপর 1 সে. মি. অন্তর 4টি বিন্দু স্থাপন কর। এই বিন্দুগুলি দিয়ে চারটি সমান্তরাল সরলরেখা আঁক। ত্রিকোণীর সাহায্যে যত রকম ভাবে আঁকা যায় সেগুলি পৃথক পৃথক ভাবে দেখাও।

2. 4 সে. মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটা বৃত্ত আঁক। ঐ বৃত্তটির একটি ব্যাস আঁক এবং দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

3. তোমাকে একখণ্ড সূতো এবং এক টুকরো চক দিয়ে ব্ল্যাকবোর্ডে বৃত্ত আঁকতে বলা হল। তুমি কি করে বৃত্ত আঁকবে ?

তৃতীয় অধ্যায়

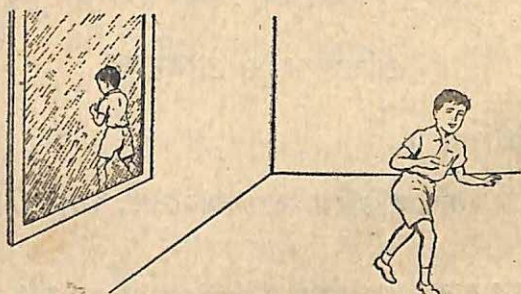
প্রতিফলন ও প্রতিসাম্য

7. প্রতিফলন

I. প্রতিফলন, প্রতিবিম্ব, প্রতিফলনরেখা, বস্তুদূরত্ব, প্রতিবিম্ব দূরত্ব ঃ

আয়নার সামনে দাঁড়ালে তুমি নিজেকে দেখতে পাও। আয়নায় তোমার যে ছবি দেখ সেটি হচ্ছে তোমার প্রতিবিম্ব। শুধু আমরা নিজেদের প্রতিবিম্ব দেখি না, আয়নার সামনে যাবতীয় বস্তু ধরলে সেই বস্তুগুলির প্রতিবিম্ব দেখতে পাই।

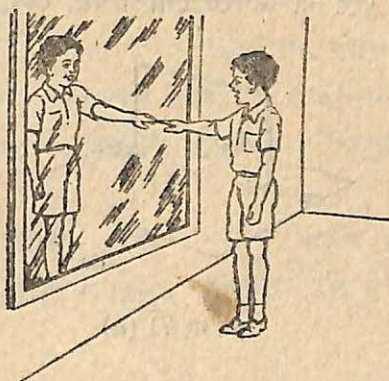
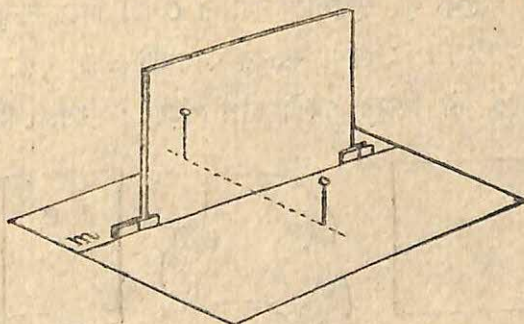
চিত্র নং 68

প্রতিবিম্ব গঠনের এইরূপ প্রক্রিয়ার নাম প্রতিফলন।

হয়তো আরও লক্ষ্য করেছ, তুমি যত আয়নার নিকট থেকে দূরে

চিত্র নং 69 (a)

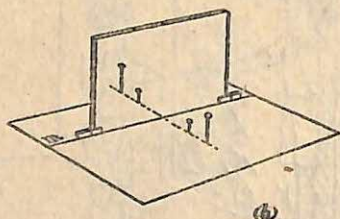
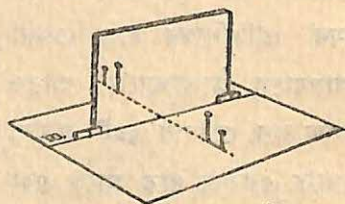
সরে যাবে, মনে হবে তোমার প্রতিবিম্বও যেন তত দূরে সরে যাচ্ছে এবং আয়নার দিকে যত অগ্রসর হবে, তোমার প্রতিবিম্বও যেন তত অগ্রসর হচ্ছে।

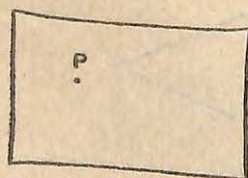
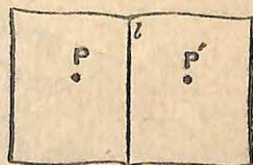
চিত্র নং 69 (b)

যদি আয়নাতে তোমার একটা হাত ঠেকাও, দেখবে যেন প্রতিবিম্বের হাত একটা আয়নাতে ঠেকে আছে। আরও লক্ষ্য কর, তোমার দেহটা আয়না থেকে একহাত দূরে আছে এবং দেহটার প্রতিবিম্বটিও আয়না থেকে একহাত দূরে আছে। অর্থাৎ আয়না থেকে তোমার দূরত্ব ও তোমার প্রতিবিম্বের দূরত্ব সমান মনে হবে। এখন কাগজের উপর একটি আয়না রাখ। আয়নার যে ধারটা কাগজ স্পর্শ করেছে সেই ধার বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি রেখা টান।

চিত্র নং 70

চিত্র নং 71 (*a*)

রেখাটির নাম দাও *m* ; এবার আয়নার সামনে একটি পিন পোঁত। আয়নাতে এই পিনের প্রতিবিম্ব দেখতে পাবে। লক্ষ্য কর, *m* রেখা থেকে পিনটি যত দূরে অবস্থিত আয়নাতে পিনের প্রতিবিম্ব যেন রেখা থেকে তত দূরে অবস্থিত। পিনটি যদি *m* রেখা থেকে আরও

দূরে বা নিকটে পোঁতা হয়, দেখবে প্রতিবিম্ব-পিনটি যথাক্রমে যেন

চিত্র নং 71 (a) চিত্র নং 71 (b)

ঠিক ততটা দূরে বা নিকটে সরে যাচ্ছে। এখন ভাবা যাক, আয়নার সাহায্য ব্যতীত প্রতিফলন প্রক্রিয়াটি অন্য রকমে হয় কিনা। একখণ্ড কাগজ নাও। কাগজটি ভাঁজ কর; ভাঁজ বরাবর রেখাটির নাম দাও l; এই l রেখাটি কাগজটিকে দুটি অংশে ভাগ করেছে। যে কোন এক অংশে খুব সূক্ষ্মভাবে কালির ফোঁটা দিয়ে বিন্দু P বসাও (চিত্র নং 72)। l রেখা বরাবর কাগজটি ভাঁজ করলে l রেখার অপর পার্শ্বে ঐ বিন্দুর একটা ছাপ পড়বে। ধর, সেটি হ'ল P'

চিত্র নং 72

বিন্দু। এই ক্ষেত্রে P' বিন্দুকে P বিন্দুর প্রতিবিম্ব বলতে পারি। তোমরা মেপে দেখ যে রেখা l থেকে P এবং P' বিন্দুদুটির দূরত্ব সমান। আরও লক্ষ্য কর, এই l এবং চিত্র নং 71-এ m উভয় রেখার সাহায্যে

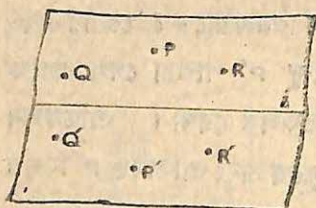
কোন বস্তুর প্রতিবিম্ব পাওয়া গেল। যে প্রক্রিয়াতে l রেখার এক-দিকের কোন বিন্দু P-এর প্রতিবিম্ব বিন্দু P′ পাওয়া গেল, তাকে প্রতিফলন বলি। l-রেখাকে বলি প্রতিফলন রেখা। প্রতিফলন l রেখা থেকে বস্তু P বিন্দুর দূরত্বকে বস্তু-দূরত্ব এবং প্রতিবিম্ব P′ বিন্দুর দূরত্বকে প্রতিবিম্ব দূরত্ব বলি।

চিহ্নের সাহায্যে লিখলে দাঁড়ায় $l(P) = P'$, অর্থাৎ l (প্রতিফলন) রেখার প্রতিফলনের জন্য P বিন্দুর প্রতিবিম্ব হল P′ বিন্দু।

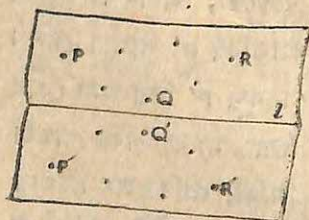
II. প্রতিফলনের ধর্মসমূহ: পূর্বে যা দেখেছি তার থেকে প্রতিফলন সম্পর্ক কয়েকটি বিশেষ ধর্ম লক্ষ্য করা যায়। নিম্নে তার মধ্যে কয়েকটি দেওয়া হ'ল:

(i) চিত্র নং 72-এ $l(P) = P'$ হয়েছে; অর্থাৎ প্রতিফলন রেখা বরাবর কাগজটা ভাঁজ করলে P-এর প্রতিবিম্ব P′ পাওয়া গেল। এখন দেখ l প্রতিফলন রেখা স্থির রেখে P বিন্দুর P′ ভিন্ন অন্য কোন প্রতিবিম্ব পাওয়া যায় কিনা? দেখবে P′ ভিন্ন অন্য প্রতিবিম্ব পাওয়া সম্ভব নয়। আমরা বলতে পারি: কোন নির্দিষ্ট প্রতিফলন রেখার জন্য কোন একটি বিন্দুর কেবল মাত্র একটিই প্রতিবিম্ব পাওয়া যায়।

(ii) কাগজের উপর l রেখা নাও। এই রেখার এক পাশে P, Q, R তিনটি বিন্দু কালির ফোঁটা দিয়ে সূক্ষ্মভাবে বসিয়ে রেখা বরাবর কাগজটি ভাঁজ করে ঐ বিন্দু তিনটির প্রতিবিম্ব যথাক্রমে P′, Q′, R′ নির্ণয় কর (চিত্র নং 73)।

চিত্র নং 73

রুলারের সাহায্যে l প্রতিফলন রেখা থেকে P এবং P′-এর দূরত্ব নির্ণয় করে দেখ সমান হচ্ছে। ঐ ভাবে Q এবং Q′, R এবং R′-এর ক্ষেত্রেও l থেকে বস্তুর এবং প্রতিবিম্বের দূরত্ব সমান হবে। সুতরাং বলতে পারি: **বস্তুদূরত্ব এবং প্রতিবিম্ব-দূরত্ব পরস্পর সমান।**

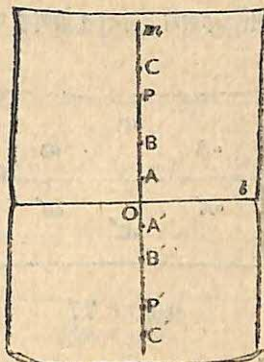
(iii) চিত্র নং 72 দেখ। ঐ চিত্রে, l (P) = P′ কিন্তু যদি প্রথমে P′ বিন্দুতে কালির ফোঁটা দিয়ে l বরাবর কাগজটা ভাঁজ করি তবে দেখব P′-এর প্রতিবিম্ব P হচ্ছে, অর্থাৎ l (P′) = P. সুতরাং বলা যেতে পারে: **কোন বস্তু P-এর প্রতিবিম্ব P′ হলে P′-এর প্রতিবিম্ব P হবে। সংকেতে, l (P) = P′ হ'লে l (P′) = P হবে।**

(iv) একখণ্ড কাগজের উপর l রেখা নাও। l রেখার একপাশে কালির ফোঁটার সাহায্যে P, Q, R ইত্যাদি বিন্দু নাও। এবার l রেখা বরাবর কাগজটি ভাঁজ করলে দেখবে প্রত্যেক বিন্দুর প্রতিবিম্ব যথাক্রমে P′, Q′, R′, ইত্যাদি l রেখার অপর পার্শ্বে পাওয়া যাচ্ছে (চিত্র নং 74)।

চিত্র নং 74

সুতরাং বলা যেতে পারে: **একটি প্রতিফলন রেখার একপাশের সব বিন্দুর প্রতিবিম্ব অপর পাশে পাওয়া যাবে।**

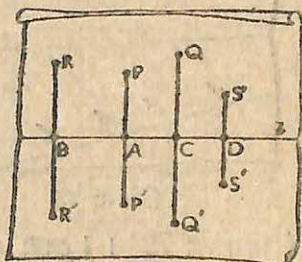
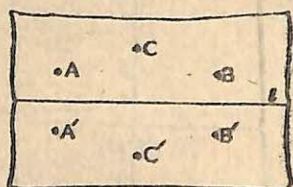
(v) l রেখা নাও। মনে কর l (P) = P′; এখন PP′ যুক্ত করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটা রেখা m পাওয়া যাবে (চিত্র নং 75)। m রেখার উপর অন্য একটা বিন্দু A নাও, তার প্রতিবিম্ব

চিত্র নং 75

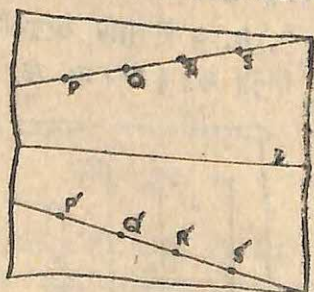
A বিন্দুতে পাওয়া গেল ধর। A বিন্দু l রেখায় প্রতিফলনের জন্য A′ বিন্দুতে স্থানান্তরিত হল। কিন্তু লক্ষ্য কর, m রেখাটি স্থিরই রইল। ঐ ভাবে দেখা যাবে l (B) = B′, l (C) = C′ ; কিন্তু m রেখা স্থির আছে। আরও লক্ষ্য কর, l এবং m রেখার ছেদবিন্দু O-এর ক্ষেত্রে l (O) = O ; সুতরাং O বিন্দু স্থির আছে। এর থেকে আমরা বলতে পারি : কোন বিন্দু এবং তার প্রতিবিম্ব বিন্দুর সংযোজক রেখা প্রতিফলনের পর স্থির (fixed) থাকে, কিন্তু এই সংযোজক রেখার উপর সকল বিন্দু ঐ প্রতিফলনের জন্য স্থির থাকে না।

(vi) আমরা আগে দেখলাম, যে কোন বিন্দু P ও তার প্রতিবিম্ব P′ সংযোজক রেখা, প্রতিফলন রেখা l-কে O বিন্দুতে ছেদ করলে (চিত্র নং 75) l (O) = O, অর্থাৎ O বিন্দু স্থির।

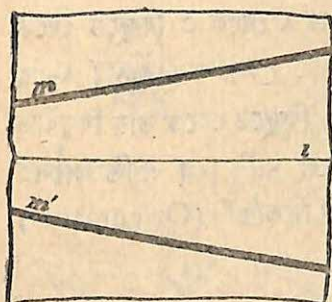
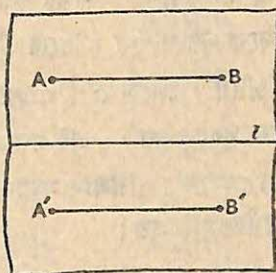
l রেখা নাও। তার একপাশে P, Q, R, S ইত্যাদি কয়েকটি বিন্দুর প্রতিবিম্ব যথাক্রমে P′, Q′, R′, S′ নির্ণয় কর (চিত্র নং 76)।

চিত্র নং 76

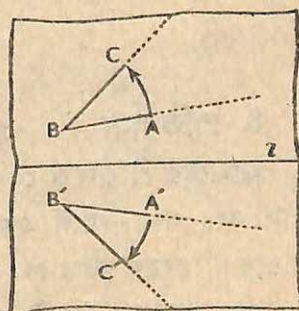
লক্ষ্য কর, PP′, QQ′, RR′, SS′ রেখাংশগুলি l-কে যথাক্রমে A, B, C, D বিন্দুতে ছেদ করেছে। কিন্তু দেখ, l(A) = A, l (B) = B, l (C) = C, l(D) = D। সুতরাং l রেখার উপর প্রতিটি বিন্দুকে যদি l রেখা বরাবর প্রতিফলিত করা হয় তবে তাদের প্রতিবিম্ব নিজেরাই হবে, অর্থাৎ বিন্দুগুলি স্থির থাকবে। সুতরাং বলা যেতে পারে :

প্রতিফলন রেখার উপর সমস্ত বিন্দুগুলি স্থিরবিন্দু।

চিত্র নং 77

(vii) l রেখা নাও। l রেখার এক পাশে A এবং B দুটি বিন্দু নিয়ে তাদের প্রতিবিম্ব যথাক্রমে A′ এবং B′ নির্ণয় কর। এবার যদি A ও B বিন্দু দুটির মধ্যস্থ যে কোন একটি বিন্দু C বসাও তখন l বরাবর প্রতিফলনের জন্য দেখবে l (C) = C′, এবং এই C′, A′ এবং B′ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যস্থ হচ্ছে (চিত্র নং 77) । সুতরাং বলা যেতে পারে : A এবং B দুটি বিন্দুর মধ্যস্থ C যদি একটি বিন্দু হয় তবে C বিন্দুর প্রতিবিম্ব C′, বিন্দু A এবং B-এর প্রতিবিম্ব A′ এবং B′-এর মধ্যস্থ হবে।

(viii) P, Q, R, S, ··· কতকগুলি সমরেখ বিন্দু নাও। এবার l রেখা বরাবর এই বিন্দুগুলি প্রতিফলিত করে ঐ বিন্দুগুলির প্রতিবিম্ব যথাক্রমে P′, Q′, R′, S′ ইত্যাদি নির্ণয় কর (চিত্র নং 78)। এখন দেখ, P′, Q′, R′, S, প্রতিবিম্ব বিন্দুগুলিও সমরেখ। সুতরাং বলা যেতে পারে : সমরেখ বিন্দুগুলির প্রতিবিম্ব বিন্দুগুলিও সমরেখ।

চিত্র নং 78

(ix) l রেখা নাও। তার একপাশে কালি দিয়ে m রেখা টান (চিত্র নং 79)। l রেখা বরাবর কাগজটি ভাঁজ করলে l-এর অপর-পাশে m-এর প্রতিবিম্ব অন্য একটি রেখা m' পাবে। লক্ষ্য করা গেল : একটি রেখার প্রতিবিম্ব একটি রেখা।

চিত্র নং 79

চিত্র নং 80

(x) l রেখা নাও। তার একপাশে কালি দিয়ে AB রেখাংশ এঁকে l রেখা বরাবর ভাঁজ করে দেখ, ঐ রেখাংশের প্রতিবিম্ব হিসাবে A′B′ রেখাংশ পাওয়া যাচ্ছে। লক্ষ্য কর, AB রেখাংশ সর্বতোভাবে A′B′ রেখাংশে প্রতিফলিত হচ্ছে (চিত্র নং 80)। এক্ষেত্রে আমরা বলতে পারি: $\overline{AB}$ এবং ওর প্রতিবিম্ব রেখাংশ $\overline{A'B'}$ পরস্পর সর্বসম।

(xi) কাগজের উপর l একটি রেখা নাও। তার এক পাশে B একটি বিন্দু থেকে $\overrightarrow{BA}$ এবং $\overrightarrow{BC}$ দু'টি রেখা নির্গত হয়ে ∠ABC উৎপন্ন করছে। l রেখা বরাবর ভাঁজ করে B বিন্দুর প্রতিবিম্ব B′ এবং $\overrightarrow{BA}$ ও $\overrightarrow{BC}$ রেখাদ্বয়ের প্রতিবিম্ব যথাক্রমে $\overrightarrow{B'A'}$ এবং $\overrightarrow{B'C'}$ নির্ণয় কর (চিত্র নং 81)। এখন দেখছ যে B′ বিন্দু থেকে নির্গত $\overrightarrow{B'A'}$ এবং $\overrightarrow{B'C'}$ রেখা-দুটি ∠A′B′C′ উৎপন্ন করেছে। এই ∠A′B′C′-টি ∠ABC-এর প্রতিবিম্ব। চাঁদার সাহায্যে মাপলে দেখা যাবে ঐ দুই কোণের

চিত্র নং 81

পরিমাণ সমান। লক্ষ্য কর, ∠ABC-এর A থেকে C বিন্দুতে যেতে যেদিকে ঘুরতে হয় (চিত্রে তীর চিহ্ন দেখ), ∠A'B'C'-এর A' (A-এর প্রতিবিম্ব) থেকে C' (C-এর প্রতিবিম্ব) বিন্দুতে যেতে তার বিপরীত দিকে ঘুরতে হয়। এই ক্ষেত্রে আমরা বলে থাকি যে প্রতিফলনের জন্য কোণের পরিমাণ সমান থাকে কিন্তু দিক্‌স্থিতি (Orientation) বিপরীতমুখী হয়।

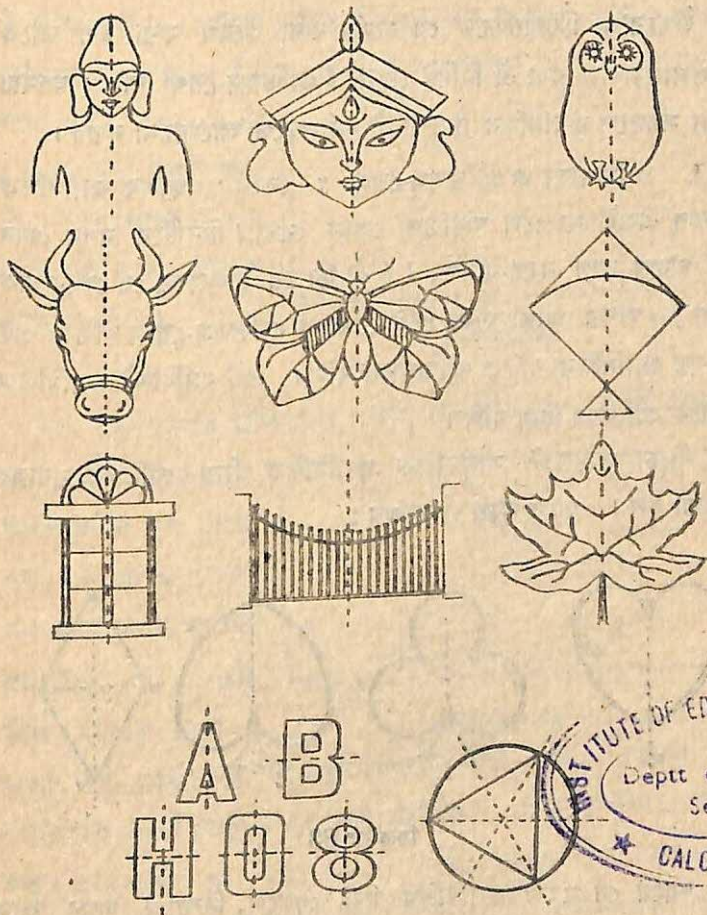
অনুশীলনী ৪

1. চিত্রের সাহায্যে একটি বিন্দু, প্রতিফলন রেখা এবং ঐ বিন্দুর প্রতিবিম্ব দেখাও।

2. একটি যে কোন ত্রিভুজ আঁক। কাগজটি ভাঁজ করে ঐ ত্রিভুজের প্রতিবিম্ব নির্ণয় কর। এবার প্রথম ত্রিভুজটি এবং ওর প্রতিবিম্বের শীর্ষবিন্দু রুলারের সাহায্যে সংযোগ করে দেখাও যে বস্তু-দূরত্ব এবং প্রতিবিম্ব-দূরত্ব সমান।

৪. প্রতিসাম্য

আমাদের চারিদিকে যে সমস্ত বিভিন্ন বস্তু দেখি তাদের একটু ভাল করে লক্ষ্য করলে একটা বিশেষ ধরনের ধর্ম খুঁজে বার করতে পারবে। পরের পৃষ্ঠায় চিত্রগুলো দেখ।

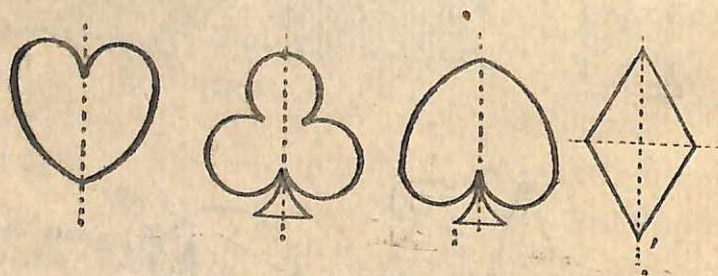
দেখ, প্রত্যেক চিত্রেই কোন একটি নির্দিষ্ট রেখার ডান পাশের অংশটি যেন বাম অংশের প্রতিরূপ অথবা বাম অংশটি যেন ডান অংশের প্রতিরূপ। তোমরা নিশ্চয়ই এটা লক্ষ্য করবে যে ঐ রেখাকে প্রতিফলন রেখা হিসাবে ধরে ঐ রেখার ডান পাশের চিত্রাংশের

চিত্র নং ৪২

প্রতিবিম্ব হবে বাম পাশের চিত্রাংশ। যদি ঐ নির্দিষ্ট রেখাকে l দিয়ে চিহ্নিত করি তবে উপরের ঐসব চিত্রের ক্ষেত্রে লিখতে পারি—l (ডান পাশের চিত্রাংশ) = বাম পাশের চিত্রাংশ, অথবা l (বাম পাশের চিত্রাংশ) = ডান পাশের চিত্রাংশ।

উপরোক্ত চিত্রগুলিতে যে ধর্মের কথা উল্লেখ করা হল তাকে প্রতিসাম্য বলি এবং ঐ নির্দিষ্ট রেখাকে প্রতিসম-রেখা বলি। আমরা এখন সমতলে জ্যামিতিক চিত্রের ঐ ধর্ম সম্বন্ধে আলোচনা করব।

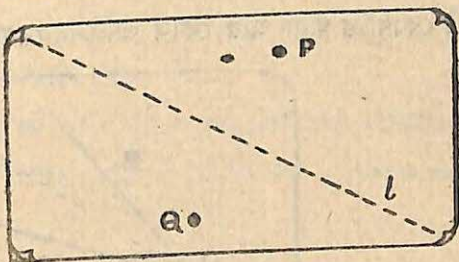
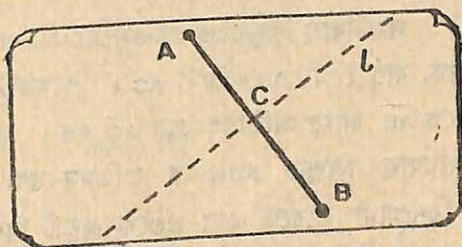
I. প্রতিসাম্য ও প্রতিসম-রেখা : কোন সামতলিক জ্যামিতিক চিত্রের একই সমতলে অবস্থিত কোন রেখা l চিত্রটিকে যখন এমন দুটি অংশে ভাগ করে যা'তে, l (ঐ চিত্রের দু'অংশের যে কোন এক অংশ) = অপর অংশ, তখন সেই রেখাকে প্রতিসম-রেখা বলি। এই বিশেষ জ্যামিতিক ধর্মকে প্রতিসাম্য বলি। এই ধর্মবিশিষ্ট জ্যামিতিক চিত্রকে প্রতিসম-চিত্র বলি।

নীচে কয়েকটি সামতলিক জ্যামিতিক চিত্র প্রতিসম-রেখাসহ দেওয়া হল। ভাল করে লক্ষ্য কর :

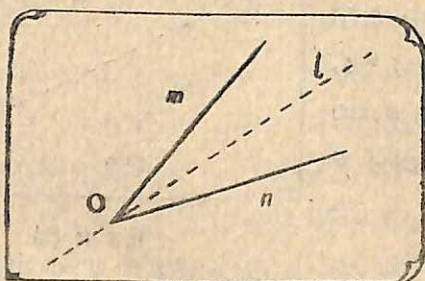
চিত্র নং 83

আগে যে সমস্ত জ্যামিতিক চিত্র দেখলে, নিশ্চয়ই লক্ষ্য করে থাকবে যে কোন চিত্রের কেবলমাত্র একটি প্রতিসম-রেখা আছে, আবার কয়েকটি চিত্রের একাধিক প্রতিসম-রেখা আছে।

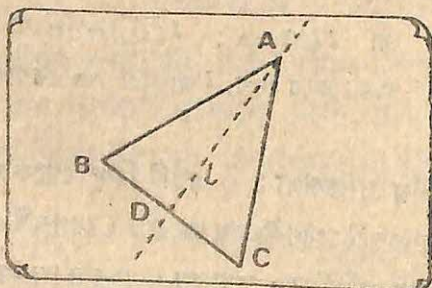
II. দুটি বিন্দুর প্রতিসাম্য : নীচের চিত্র দেখ। মনে কর P, Q দু'টি বিন্দু একটি কাগজের সমতলে নেওয়া হলো। কাগজটিকে এখন এমনভাবে ভাঁজ কর যাতে P বিন্দু Q বিন্দুর প্রতিবিম্ব হয়। যদি

ঐ ভাঁজ বরাবর রেখাকে l দিয়ে চিহ্নিত কর তবে P এবং Q বিন্দুর প্রতিসম-রেখা হলো l; লক্ষ্য কর: l(P)=Q বা l(Q)=P। লক্ষ্য কর, ঐ l রেখা ছাড়া ও PQ সংযোজক সরল রেখা ও প্রতিসম-রেখা।

চিত্র নং 84

III. রেখাংশের প্রতিসাম্য : কাগজের উপর AB একটি রেখাংশ নাও। কাগজটিকে এমন ভাবে ভাঁজ কর যাতে AB রেখাংশের কোন এক অংশ অপর অংশের প্রতিবিম্ব হয়। এই ভাঁজ বরাবর রেখা l হলো AB রেখাংশের প্রতিসম-রেখা। লক্ষ্য কর, l রেখা AB রেখাংশকে একটি বিন্দু C-তে ছেদ করেছে। এ ছাড়া আরো লক্ষ্য কর: l(A)=B বা l(B)=A; $l(\overline{AC})=\overline{BC}$ বা $l(\overline{BC})=\overline{AC}$ এবং l(C)=C। লক্ষ্য করে দেখ, l ছাড়াও AB রেখাও কোন প্রতিসম-রেখা হবে।

চিত্র নং 85

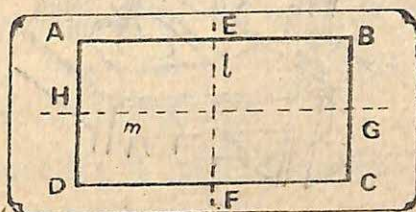
IV. কোণের প্রতিসাম্য : O একটি বিন্দু থেকে m এবং n দুটি রেখা নির্গত হয়ে একটি কোণ উৎপন্ন করেছে। কাগজটি এমনভাবে ভাঁজ কর যাতে m রেখার প্রতিবিম্ব n রেখা হয়। এখন ভাঁজ বরাবর যে l রেখা পাওয়া যাবে ঐ রেখাই ঐ কোণটির প্রতিসম-রেখা হল। লক্ষ্য কর:

$l\ (m)=n$ বা, $l\ (n)=m$ এবং $l\ (O)=O$ । এবার দেখ, এই l ছাড়া ঐ কোণটির অন্য আর কোন প্রতিসম-রেখা পাওয়া সম্ভব নয়।

চিত্র নং 86

V. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের প্রতিসাম্য : একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আঁক, যার দৈর্ঘ্য AB = দৈর্ঘ্য AC। কাগজটি এমনভাবে ভাঁজ কর যাতে $\overline{AB}$ বাহুর প্রতিবিম্ব যেন $\overline{AC}$ হয়। ভাঁজ বরাবর রেখা l হল সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ABC-এর প্রতিসম-রেখা। লক্ষ্য কর, l রেখা A-বিন্দুগামী হয়েছে এবং $\overline{BC}$কে একটি বিন্দু D-তে ছেদ করেছে। এখন দেখ : $l(\overline{AB})=\overline{AC}$ বা $l\ \overline{(AC)=AB}$, $l\ (B)=C$ বা $l\ (C)=B$, $l(BD)=CD$ বা $l(CD)=BD$, এবং $l(D)=D$। l রেখা ছাড়া সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটির অন্য কোন প্রতিসম-রেখা পাওয়া সম্ভব নয়।

চিত্র নং 87

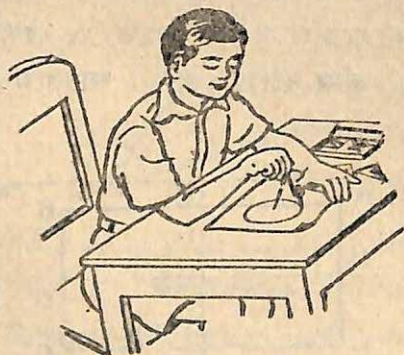
VI. আয়তক্ষেত্রের প্রতিসাম্য : কাগজের উপর ABCD একটি আয়তক্ষেত্র আঁকা হয়েছে। এখানে দৈর্ঘ্য AB = দৈর্ঘ্য DC, এবং দৈর্ঘ্য AD = দৈর্ঘ্য BC এবং প্রত্যেক কোণ 90°।

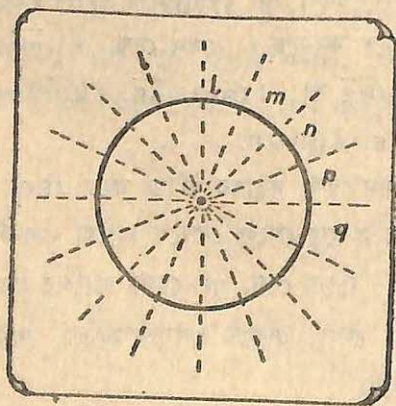
কাগজটি এমনভাবে ভাঁজ কর যাতে AD রেখাংশের প্রতিবিম্ব BC রেখাংশ হয়। ভাঁজ বরাবর রেখা l আয়তক্ষেত্র ABCD-এর

চিত্র নং 88

একটি প্রতিসম-রেখা। লক্ষ্য কর, l রেখা AB রেখাংশকে E বিন্দুতে এবং DC রেখাংশকে F বিন্দুতে ছেদ করেছে। এখন দেখ, $l(\overline{AD}) = \overline{BC}$ বা $l(\overline{BC}) = \overline{AD}$, $l(\overline{AE}) = \overline{BE}$ বা $l(\overline{BE}) = \overline{AE}$, $l(\overline{DF}) = \overline{CF}$ বা $l(\overline{CF}) = \overline{DF}$ এবং $l(E) = E$, $l(F) = F$.

এবার l রেখা ছাড়া অন্য কোন রেখা বরাবর ভাঁজ করে ABCD আয়তক্ষেত্রের প্রতিসম-রেখা নির্ণয় করতে গেলে দেখবে আরো একটি প্রতিসম-রেখা m পাওয়া সম্ভব। চিত্রে দেখ, m রেখা আগের মত সমস্ত সর্তসম্মত হয়েছে। দেখা গেল, একটি আয়তক্ষেত্রের দুটি প্রতিসম-রেখা আছে।

VII. বৃত্তের প্রতিসাম্য : একখণ্ড সাদা কাগজের উপর বৃত্ত আঁক।
[89 নং চিত্রে বৃত্ত আঁকা দেখানো হয়েছে]

চিত্র নং 89

কাগজটি এমনভাবে ভাঁজ কর যেন ভাঁজের হুপাশের যে কোন এক অংশ অপর অংশের প্রতিবিম্ব হয়। ভাঁজ বরাবর রেখা l হলো বৃত্তটির প্রতিসম-রেখা। এবার চেষ্টা করে দেখ অন্য কোন রেখা বরাবর ভাঁজ করলে ঐ রেখা হুপাশের যে কোন এক অংশ অপর অংশের প্রতিবিম্ব হয় কিনা। দেখবে বৃত্তের ক্ষেত্রে ইচ্ছেমত বহুসংখ্যক প্রতিসম-রেখা পাওয়া সম্ভব।

চিত্র নং 90

অনুশীলনী 9

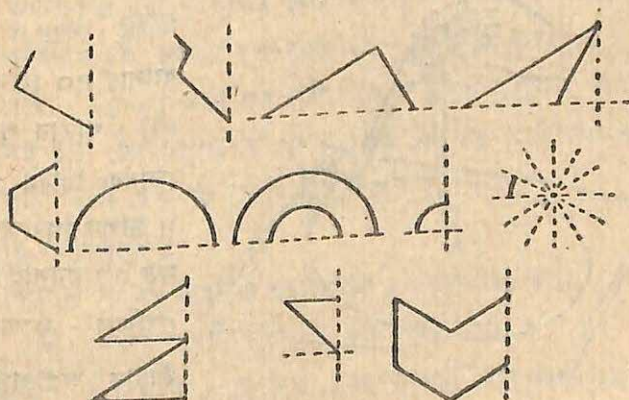
1. ইংরেজী বর্ণমালায় কোন কোন বর্ণগুলিকে প্রতিসম চিত্ররূপে আঁকা সম্ভব ? সেগুলো আঁক।

2. ঐ বর্ণমালায় কোন কোন বর্ণের কেবলমাত্র একটি, কেবলমাত্র দুটি, এবং অসংখ্য প্রতিসম-রেখা আছে তা এঁকে নির্ণয় কর।

3. ইংরেজী সংখ্যা 1 থেকে 20 এবং 100 থেকে 110-এর মধ্যে কোন কোন সংখ্যাগুলিকে প্রতিসম চিত্ররূপে আঁকা যায় তা এঁকে দেখাও।

4. তোমাদের শ্রেণীকক্ষের জানালা, দরজা, ব্ল্যাকবোর্ড-এর প্রত্যেকের কয়টি করে প্রতিসম-রেখা আছে এঁকে দেখাও।

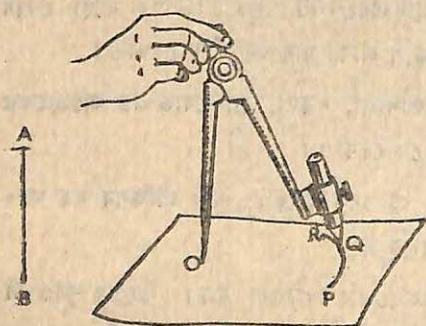
5. অশোকচক্রের চিত্র কি প্রতিসম চিত্র ? যদি প্রতিসম হয় তবে কতগুলো প্রতিসম-রেখা থাকতে পারে ?

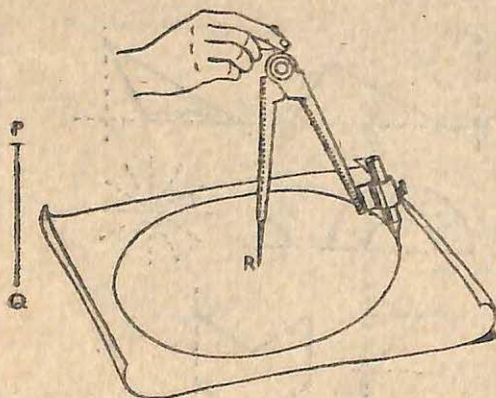
6. নীচে কতগুলি জ্যামিতিক চিত্রাংশ দেওয়া হল। চিত্রের পূর্ণরূপটা ফুটকি চিহ্নিত রেখা বরাবর প্রতিসম হলে প্রত্যেক চিত্রের পূর্ণরূপ কেমন হবে এঁকে দেখাও।

চতুর্থ অধ্যায়

অঙ্কন

(চাপ, বৃত্ত, রেখাংশ সমদ্বিখণ্ডন, কোণ সমদ্বিখণ্ডন, লম্ব)

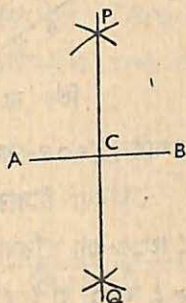
এই অধ্যায়ে (i) বৃত্ত ও বৃত্তচাপ অঙ্কন, (ii) রেখাংশ সমদ্বিখণ্ডন, (iii) কোণ সমদ্বিখণ্ডন, এবং (iv) লম্ব অঙ্কন সম্বন্ধে আলোচনা করব।

বৃত্তচাপ ও বৃত্ত অঙ্কন—নির্দিষ্ট কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধের সাহায্যে বৃত্তচাপ অঙ্কন : মনে কর, নির্দিষ্ট কেন্দ্র O এবং ব্যাসার্ধ AB। খাতার পাতায় তোমরা নির্দিষ্ট কেন্দ্র O স্থাপন কর। এবার পেন্সিল-কম্পাসের সাহায্যে BA পরিমাণ দৈর্ঘ্য মেপে নিয়ে O বিন্দুতে কাঁটার অগ্রভাগ স্থাপন করে PQR বৃত্তচাপ আঁক।

চিত্র নং 91

নির্দিষ্ট কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধের সাহায্যে বৃত্ত অঙ্কন : মনে কর, নির্দিষ্ট কেন্দ্র R এবং ব্যাসার্ধ PQ (চিত্র নং 94)। খাতার পাতায় তোমরা নির্দিষ্ট কেন্দ্র R স্থাপনকর। আগের মত QP ব্যাসার্ধ নিয়ে পেন্সিল - কম্পাসের কাঁটার অগ্রভাগ R বিন্দুতে বসিয়ে

92 নং চিত্র

সাবধানে পেন্সিলটা ঘুরিয়ে যাও। যে বিন্দু থেকে শুরু করেছ ঘুরে সেই বিন্দুতে ফিরে এলে বৃত্ত আঁকা হয়ে যাবে।

রেখাংশ সমদ্বিখণ্ডন ঃ কাগজের উপর AB এই রেখাংশ আঁক। রেখাংশকে সমান দু'ভাগে ভাগ করতে হবে।

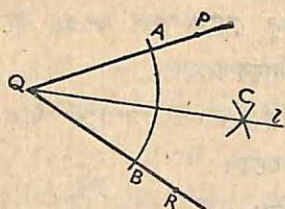
অঙ্কন ঃ পেন্সিল-কম্পাসের সাহায্যে A বিন্দুকে কেন্দ্র করে AB পরিমাণ ব্যাসার্ধ নিয়ে রেখাংশের উভয় দিকে দুটি বৃত্তচাপ আঁক। অনুরূপভাবে B-কে কেন্দ্র করে ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে রেখাংশের উভয় দিকে দুটি বৃত্ত-চাপ আঁক। মনে কর, বৃত্তচাপ দুটি P এবং Q বিন্দুতে ছেদ করল। P এবং Q যুক্ত করে বর্ধিত কর। PQ সংযোজক রেখা AB রেখাংশকে যে বিন্দুতে ছেদ করল তার নাম C দাও। C বিন্দুতেই AB রেখাংশ সমদ্বিখণ্ডিত হল।

চিত্র নং 93

তোমরা কাঁটা-কম্পাস দিয়ে মেপে দেখতে পার যে দৈর্ঘ্য AC = দৈর্ঘ্য BC। অথবা $\overrightarrow{PQ}$ বরাবর কাগজ ভাঁজ করে দেখতে পার যে A বিন্দু B বিন্দুর প্রতিবিম্ব হয়, সুতরাং বস্তু-দূরত্ব AC = প্রতিবিম্ব দূরত্ব BC।

[দ্রষ্টব্য ঃ $\overline{AB}$-এর অর্ধেকের বেশী ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্তচাপ আঁকলে ঐ ধরনের দুটি ছেদবিন্দু পাওয়া যাবে, কিন্তু $\overline{AB}$-এর অর্ধেকের থেকে কম ব্যাসার্ধ নিলে ছেদবিন্দু পাওয়া যাবে না।]

কোণ সমদ্বিখণ্ডন ঃ

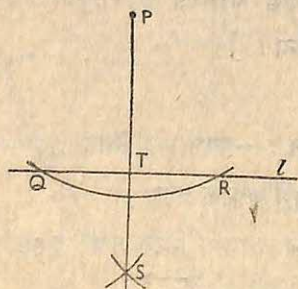
পেন্সিল-কম্পাসের সাহায্যে সমদ্বিখণ্ডন ঃ—কাগজের উপর ∠PQR আঁক। এই কোণকে সমান দুইভাগে ভাগ করতে হবে।

অঙ্কন ঃ Q বিন্দুকে কেন্দ্র করে এমন ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁক যেন এই বৃত্তচাপ $\overrightarrow{QP}$-কে A বিন্দুতে এবং $\overrightarrow{QR}$-কে B বিন্দুতে

চিত্র নং 94

ছেদ করে। এখন A এবং B বিন্দুকে কেন্দ্র করে একই পরিমাণ ব্যাসার্ধ নিয়ে দুটি বৃত্তচাপ আঁক। যেন বৃত্তচাপ দু'টি একটি বিন্দুতে ছেদ করে। ছেদবিন্দুর নাম দাও C (চিত্র নং 96)। এখন QC যুক্ত করে বর্ধিত কর। $\overrightarrow{QC}$ রেখাই ∠PQR-কে সমদ্বিখণ্ডিত করল।

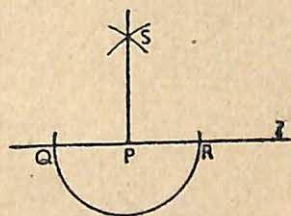
তোমরা চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখতে পার যে ∠PQC এবং ∠RQC-এর পরিমাণ সমান। এ ছাড়াও লক্ষ্য কর : l (∠PQC) = ∠RQC বা l (∠RQC) = ∠PQC, আমরা জানি প্রতিফলনের জন্য কোণের পরিমাণ সমান থাকে।

লম্ব অঙ্কন : (i) বহিঃস্থ বিন্দু থেকে একটি রেখার উপর লম্ব অঙ্কন :— সাদা কাগজের উপর l একটি রেখা এবং উহার বহিঃস্থ (অর্থাৎ l রেখার উপরে নয়) একটি বিন্দু P নাও। P বিন্দুগামী এবং l রেখার উপর লম্ব অপর একটি রেখা অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কন : P বিন্দুকে কেন্দ্র করে এমন পরিমাণ ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্তচাপ আঁক যেন ঐ বৃত্তচাপ l রেখাকে Q এবং R বিন্দুতে ছেদ করে। এখন Q এবং R-কে কেন্দ্র করে QR পরিমাণ ব্যাসার্ধ নিয়ে দু'টি বৃত্তচাপ আঁক। মনে কর, বৃত্তচাপ দুটি S বিন্দুতে ছেদ করল। এখন PS যুক্ত করে উভয়দিকে বর্ধিত কর। এই PS রেখাই l রেখার উপর লম্ব।

চিত্র নং 95

চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখ, ∠PTQ এবং ∠PTR-এর পরিমাণ 90 ডিগ্রীর সমান।

(ii) একটি রেখার উপর কোন নির্দিষ্ট বিন্দুতে লম্ব অঙ্কন : l একটি রেখা নাও এবং l-এর উপরে P একটি নির্দিষ্ট বিন্দু নাও। এই P বিন্দুতে l রেখার উপর লম্ব অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কন : P বিন্দুকে কেন্দ্র করে পরিমাণ মত ব্যাসার্ধ নিয়ে দু'টি বৃত্তচাপ আঁক, যেন বৃত্তচাপ দু'টি l রেখাকে Q এবং R বিন্দুতে ছেদ করে। এখন Q এবং R-কে কেন্দ্র করে আন্দাজমত QR-এর অর্ধেকের চেয়ে বেশী পরিমাণ ব্যাসার্ধ নিয়ে l রেখার যে কোন একপাশে দু'টি বৃত্তচাপ আঁক। মনে কর, চাপদুটি S বিন্দুতে ছেদ করল। এখন PS যুক্ত করে বর্ধিত কর। এই PS রেখাই P বিন্দুতে l রেখার উপর লম্ব।

চিত্র নং 96

চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখ, $\angle$SPQ এবং $\angle$SPRএর পরিমাণ 90 ডিগ্রীর সমান।

অনুশীলনী 10

1. 3 সে. মি. এবং 4 সে. মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত আঁক যাদের কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব 8 সে. মি.
2. 2 সে. মি. এবং 3 সে. মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত আঁক যাদের কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব 5 সে. মি.
3. 4·5 সে. মি. এবং 3·5 সে. মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত আঁক যাদের কেন্দ্রের মধ্যে দূরত্ব 2 সে.মি.
4. একটি যে কোন রেখাংশ আঁক। পেন্সিল-কম্পাসের সাহায্যে এই রেখাংশকে সমান চার ভাগ কর।
5. একটি যে কোন রেখাংশ AB নাও। ঐ রেখাংশের দৈর্ঘ্য পরিমাণ ব্যাস ধরে একটি বৃত্ত আঁক।